풀면수재

-수학200문제-

외국문도서출판사
주체94(2005)년

차 례

머 리 글

소학교수학이라면 별로 어렵지 않게 풀수 있다고 생각하는것이 일쑤이다. 그러나 경우에 따라서는 중학교수학보다 더 어려운것도 있다. 그것은 이 책에 소개하는 200문제를 풀어보는 과정에 점차 느껴질것이다. 이 200문제는 학생들의 사고능력을 키워주는 문제를 기본으로 하여 묶어놓은것인데 그 수준의 높이와 내용의 깊이에 있어서 놀랄 정도의것들도 많다. 만일 이 문제들을 어렵지 않게 풀수 있다면 설사 그가 어른이라 할지라도 뛰여났다고 말할수 있을 정도일것이다.

중학교에서는 대수의 기초로서 1차방정식, 2차방정식, 련립방정식을 배우고 기하의 기초로서 3각형, 4각형, 원의 여러가지 성질과 피타고라스(세평방)의 정리를 배우게 된다. 또한 이밖에도 차례, 무이, 확률, 통계의 기초를 배우게 된다. 그러므로 어떤 문제가 나왔을때 그러한 지식들을 활용할수 있다. 그러나 소학교에서는 대수나 기하를 배우지 않으므로 같은 문제가 나왔다고 해도 그러한 지식들을 리용할수 없다. 그러므로 좋은 풀이방법을 생각하여 풀수밖에 없다. 이 풀이방법은 대단히 묘하게 생각되는것이 많기때문에 오히려 중학교수학보다도 고급하다고 할수 있다.

이 200문제는 수학에 취미를 가지고있는 학생이라면 누구든지 풀수 있을 정도의것이다. 문제마다 설명한 해답은 소학교학생들도 능히 리해할수 있을것이다. 그러나 묘한 풀이방법을 발견하지 못한다면 중학교학생은 물론 대학생도 풀지 못할수 있다. 소학교수학문제라고

하여 결코 얕잡아보지 말아야 한다. 중학교학생들에게는 사고력을 키우는 훈련으로 되며 사회생활을 하는 사람들에게도 추리능력을 키우는데 반드시 이 200문제가 쓸모있을것이다.

제 1 장. 수 의 문 제

문 제 1

9를 10으로 나눈 결과를 서로 다른 세개의 분수의 합으로 표시하였더니 분자는 모두 1로 만들수 있었고

$$9 \div 10 = \frac{1}{\square} + \frac{1}{\square} + \frac{1}{\square}$$

로 되였다. □안에 알맞는 세개의 수를 써넣으시오.

요점 오른변의 세개의 분수의 합이 $\frac{9}{10}$가 되려면 그 가운데서 최대의 분수가 $\frac{3}{10}$이하로는 되지 않는다.

문 제 2

다섯자리의 옹근수 80□□9는 13으로 나누어도, 37로 나누어도 나머지가 2로 된다. □안에 알맞는 수자를 써넣어 이 옹근수를 밝히시오.

80□□9 ÷ 13=□□□□…나머지 2

80□□9 ÷ 37=□□□□…나머지 2

요점 다섯자리의 옹근수로 제한하지 말고 먼저 13으로 나누어도, 37로 나누어도 나머지가 2로 되는 아무런 옹근수를 찾아낸다. 이 옹근수가 해결의 열쇠이다.

문 제 3

8장의 종이에 수자를 하나씩 써서 2장을 조로 하여 다음과 같은 계산을 하였다.

[1][9]+[7][5]+[4][8]+[2][6]=168

왼변의 4조의 수에 대하여 일의 자리와 십의 자리를

례 [1][9]→[9][1]

과 같이 바꾸어넣어 오른변의 합이

□□+□□+□□+□□=222

로 되게 하시오. 여기서 몇개의 조를 바꾸어넣어도 된다.

요점 일의 자리와 십의 자리를 바꾸어넣고 수가 어떻게 커지고 작아지는가를 본다. 무턱대고 바꾸어넣으면 절대로 맞을수 없다.

문 제 4

a, b, c, d의 4개의 수가 있고 그 합이 90이다. 이제 a에 2를 더하고, b에서 2를 덜고, c에 2를 곱하고 d를 2로 나누면 이 수들은 모두 같은 수로 된다. a, b, c, d의 4개의 수를 구하시오.

요점 2를 더한것과 2를 던것은 간단하다. 문제는 2를 곱한것과 2로 나눈것을 어떻게 생각하는가가 문제이다.

문 제 5

24를 서로 다른 세개의 수의 곱하기로 하면

$1\times2\times12$, $1\times3\times8$, $1\times4\times6$, $2\times3\times4$

의 네가지로 된다. 이와 같은 방법으로 96을 서로 다른 3개의 수의 곱하기로 표시하는데 몇가지 방법이 있는가? 또한 1056을 서로 다른 5개의 수의 곱하기로 표시한다면 어떻게 되는가?

요점 무계획적으로 곱하기를 만들면 놓칠수 있다. 계획적인 방법을 생각하시오.

문 제 6

8자리의 수가 있다. 이것의 왼쪽 절반과 오른쪽 절반은 같은 수이다. 례를 들면

48034803, 19361936, 72657265

와 같이 되여있다. 이러한 수들가운데서 28907로 나누어지는 가장 큰 수를 구하시오.

요점 문제의 본질이 어디에 있는가를 찾아내지 못하면 푸는 방법이 떠오르지 않는다. 네자리의 수를 2개 나란히 한것이란 도대체 어떤 뜻인가?

문 제 7

1부터 순서대로 배렬한 옹근수에

1 | 2 3 | 4 5 6 | 7 | 8 9 | 10 11 12 | 13 | …

과 같이 1개, 2개, 3개의 순서로 수를 반복하여 갈라낸다. 이때 5번째 자르기선이 9와 10의 사이에 오게 된다. 그러면 100번째 자르기선이 어느 수와 어느 수사이에 오게 되는가, 또 자르기선사이의 수의 합이 305로 되는것은 몇번째 자르기인가?

요점 자르기선사이의 수를 실지로 더해보고 305로 될 때까지 계산하는것은 매우 품이 많이 든다. 자르기선사이의 수의 합을 솜씨있는 규칙으로 찾으시오.

문 제 8

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8의 7개의 수가운데서 두개의 수를 골라잡고 례컨대 $\frac{2}{3}$와 같이 그 두개의 수를 분자와 분모로 하는 참분수를 만든다. 그가운데서 약분할수 없는 참

분수만을 골라서 두개씩 적을 만든다. 그 적이 $\frac{1}{2}$로 되는 두개의 참분수의 조는 모두 몇조인가?

요점 머리속에서 생각하는것보다 참분수를 실지로 만들어보아야 한다. 그러면 저절로 해결의 길이 열린다.

문 제 9

분자가 6인 분수가운데서 그 값이 0.0513692에 가장 가까운것을 두개 구하시오. 다만 분수는 더이상 약분할수 없는 형태로 되였을 때 분자가 꼭 6으로 되여있는것으로 한다.

요점 분모가 세자리수로 되는것은 틀림없는데 계획없이 나누기를 반복하면 계산시간이 오래 걸린다.

문 제 10

아래의 계산은 세자리수와 두자리수의 곱하기를 보

$$\begin{array}{r} BCA \\ \times \quad BA \\ \hline FAEB \\ GBDA \\ \hline GHFHB \end{array}$$

여준것이다.

A, B, C, …, H는 0에서 9까지의 수자가운데의 어느 하나로서 각각 서로 다른 수자를 나타내고있다. 본래의 곱하기를 찾으시오.

요점 본래의 식을 찾아내는것이 중요한데 여기서는 A와 A의 곱하기와 A와 B의 곱하기에 먼저 주의를 돌린다.

문제 11

5로 나누면 4가 남고, 9로 나누면 7이 남고, 11로 나누면 9가 남는 수가운데서 500이하의 수를 구하시오.

□÷ 5= △… … … 나머지 4
□÷ 9= ○… … … 나머지 7
□÷ 11= ▽… … … 나머지 9

요점 500이하의 모든 수에 대하여 계산해본다는것은 품이 든다. 계산시간을 줄이는 어떤 방법이 없겠는지?

문제 12

□안에 수자를 넣어서 계산을 완성하시오.

요점 이 문제에서는 잘 생각하면 나누는수를 간단히 결정할수 있다.

문제 13

1에서 13까지의 수가운데의 어느 한수로부터 시작해서 수자를 순서대로 배렬한다. 례를 들면 1에서부터 배렬한것이 A이고 8에서부터 배렬한것이 B이고 12에서부터 배렬한것이 C이다. 이 방법으로 두조의 수를 아래

A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
B	8	9	10	11	12	13	1	2	3	4	5	6	7
C	12	13	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

와 같이 배렬하였다. 세번째 조의 수를 어떻게 배렬하면 세로줄의 3개씩의 수를 더했을 때 그 합이 짝수로 되는 개수가 가장 많아지는가?

8	9	10	11	12	13	1	2	3	4	5	6	7
10	11	12	13	1	2	3	4	5	6	7	8	9

요점 세번째 조의 수를 1, 2, 3, … …, 13까지의 모든 수로부터 시작하여 짝수가 몇개 생기는가를 알아보는것은 아주 힘들것이다. 더 묘한 방법을 생각하시오.

문제 14

A와 B의 두사람이 두 옹근수의 차를 계산하였는데 A의 답은 196이고 B의 답은 520이였다. 하나하나 따져보았더니 A의 답은 맞았는데 B는 계산을 틀리게 하였다. 작은쪽 수의 일의 자리를 놓쳐서 한자리 작은 수로 계산하였던것이다. 본래의 두개의 옹근수가운데서 큰 옹근수는 얼마인가?

요점 재미있는 문제이다. 답이 한가지가 아니므로 모든 답을 구하여야 한다.

문제 15

임의의 다섯자리의 수를 쓰고 그것을 거꾸로 한 수를 더한다. 례를 들면 다섯자리의 수가 82391이면 아래의 계산과 같이 한다.

82391
+) 19328
101719

어떤 다섯자리의 수에 대하여 우와 같은 계산을 하였는데 합이 163535로 되였다. 어떤 수의 백의 자리의 수(아래의 계산에서 ○)를 구하시오.

요점 일의 자리, 십의 자리, 천의 자리, 만의 자리의 수는 여러가지 값을 취할수 있지만 백의 자리의 수만은 정확히 결정된다.

문제 16

다음의 세 식에서 A, B, C를 구하시오.

$$A \div B \div C = 5$$

$$A \div B - C = 12$$

$$A - B = 84$$

요점 어떻게 생각하는가에 따라 풀린다.

문제 17

□안에 수자를 넣어서 오른쪽 계산을 완성하시오.

요점 실마리는 네개의 수자 8뿐이다. 그러나 곱하는수가 한자리수이므로 노력하면 누구나 다 풀수 있다.

문제 18

2÷5의 계산을 분자가 1로 되는 분수의 합으로 표시하면 다음과 같다.

$$2 \div 5 = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$$

이것은 두개를 다섯사람에게 나누어줄 때 먼저 각각을 세등분하여 다섯사람이 1개씩 가지고 남은 한개를 다시 5등분하여 다섯사람에게 나누어주는 방법이다.

이 방법에 따라 아래의 계산을 완성하시오.

$$3 \div 5 = \frac{1}{\square} + \frac{1}{\square}$$

$$4 \div 5 = \frac{1}{\square} + \frac{1}{\square} + \frac{1}{\square}$$

요점 2÷5의 실례의 설명에 대한 의미를 잘 리해하시오.

문제 19

왼쪽 우의 그림과 같은 모양에서 몇개소를 색칠하여 0에서 9까지의 수자를 왼쪽 아래의 그림과 같이 표시하였다. 이때 거꾸로 보아도 수자로 되는것이 있다.

⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

이것들로 두자리수를 만들었을 때 거꾸로 본 수와의 차가

□－□＝27,

□－□＝6,

□－□＝75

로 되는 경우에 □안에는 어떤 수가 들어갈수 있는가? 처음의 27인 경우는 두가지 답이 나온다. 여기서 1은 거꾸로 보면 위치가 달라지지만 역시 1로 한다.

요점 한쪽에서부터 살펴보아도 답은 나오지만 계획을 잘 세우면 쉽게 풀수 있다.

문제 20

1에서 300까지의 옹근수가운데서 3의 곱절수에는 ◯를, 4의 곱절수에는 △을

1 2 ③ △4 5 ⑥ 7 △8 ⑨ 10 11 △12 13 14

⑮ △16 17 ⑱ 19 △20 ㉑ 22 23 △24 25 26 … …

와 같이 표시하여간다. 그러면 △12 과 같이 ◯와 △이 겹치는 수는 몇개 있는가? 또한 ③△4 나 △8⑨ 와 같이 ◯와 △이 나란히 있는것은 몇조인가?

요점 ◯와 △사이에 어떤 규칙이 있는가를 알아야 한다. 그리 힘들지 않은 규칙이다.

문제 21

12와 15로 나누어지고 8과 50으로 나누어지지 않는 다섯자리수는 모두 몇개 있는가?

요점 다섯자리수를 하나하나 살펴볼수는 없으므로 어떤 방법이 필요하다. 8과 50으로 동시에 나누어지는 수도 살펴보시오.

문 제 22

자연수의 매 자리의 수자를 더한다. 이 계산을 답이 한자리수로 될 때까지 계속한다. 례를 들면 7293이라면

$$7+2+9+3=21 \rightarrow 2+1=3$$

으로 된다. 이와 같이 계산한 결과를 기호 〈 〉를 리용하여 〈7293〉=3으로 표시한다. 그러면 〈146〉=2로 된다.

〈〈A〉×17〉=〈A〉-1일 때 〈A〉는 얼마인가? 또한 〈A〉=5로 되는 네자리수의 자연수 A를 작은 순서로 배렬했을 때 세번째에 오는 수는 얼마인가? 또 마지막에 오는 수는 얼마인가?

요점 보지 않던 형태의 문제이므로 당황하지 말고 푸시오. 곰곰히 생각하면 자연히 풀린다.

문 제 23

식 (1)의 ㄱ, ㄴ의 값을 구한 다음 식 (2)를 계산하시오.

$$(1)\ \frac{1}{12}=\frac{1}{\boxed{ㄱ}}-\frac{1}{\boxed{ㄴ}}$$

$$(2)\ \frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}+\frac{1}{56}$$

요점 식 (2)를 보통의 방법으로 계산해서는 안된다. (1)을 리용하여 계산하여야 한다. 그러자면 예리한 관찰력이 요구된다.

문 제 24

$\boxed{0}$, $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$ 의 수자를 쓴 넉장의 카드가 있다. 이가운데서 석장의 카드를 배렬하여 세자리의 옹근수를 만든다. 짝수는 몇개 만들수 있는가? 또한 홀수를 모두

더하면 합은 얼마인가?

요점 홀수의 합을 구할 때 개개의 홀수를 다 쓰지 않아도 좋은 방법으로 합을 계산할수 있다.

문제 25

어떤 수는 10으로 나누어도, 12로 나누어도, 15로 나누어도 나누어진다. 각각의 수로 나눈 상의 합이 1365일 때 어떤 수는 얼마인가?

요점 문제가 힘들것 같지만 잘 생각하면 간단하다. 문제는 어떻게 생각하는가 하는데 있다.

문제 26

다음의 □안에 알맞는 수를 넣으시오.

(1) $$\frac{6}{11} < \frac{109}{\square} < \frac{5}{9}$$

(2) $$\frac{12}{29} < \frac{70}{\square} < \frac{29}{70}$$

요점 아주 잘 된 문제로서 짐작으로 풀기는 어렵다. 계획을 잘 세워야 한다. 그리고 (2)는 (1)을 참고로 하여 만든 문제이다.

문제 27

옹근수를 하나 또는 둘이상의 옹근수의 합으로 나누고 얻어진 옹근수의 적을 최대로 하는것을 생각한다. 먼저 10에 대하여 보면 나누는 방법의 일부를

합	적
1+9	1×9=9
1+3+6	1×3×6=18
4+6	4×6=24
2+8	2×8=16
2+3+5	2×3×5=30
2+2+2+2+2	32

아래의 표에 주었다. 이것을 참고로 하여 나누는 방법을 어떻게 하면 그 적이 최대로 되는가를 말하고 10과 20에 대하여 최대로 되게 하는 적의 값을 구하시오.

요점 재미있는 문제로서 생각하는 방법에 따라 쉽게 풀릴수도 있고 힘들게 풀릴수도 있다. 쉽게 푸는 방법을 찾아내시오.

문제 28

5의 곱절수로 되여있는 세자리수가 있다. 이 수의 웃 두자리를 바꾸어서 생기는 세자리수는 본래의 수보다 커진다. 또한 아래 두자리를 바꾸어서 생기는 세자리수는 본래의 수보다 작은 2의 곱절수로 된다. 매 자리의 수의 합이 9의 곱절수일 때 이러한 수를 모두 쓰시오.

요점 이 문제는 가능성이 있는 수를 모두 구하는것이다. 조건이 주어질 때마다 후보로 될수 있는 수가 점차로 줄어든다.

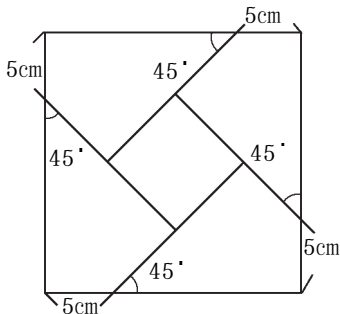
문제 29

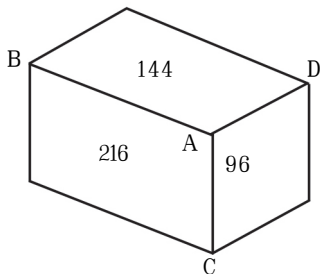
크기가 다른 수가 다섯개 있고 작은 순서로 배렬하면 A, B, C, D, E이다. 그 평균은 33이고 큰쪽의 네개의 수의 평균은 34, 작은쪽의 네개의 수의 평균은 31이다. 가운데의 C가 짝수일 때 다섯개의 수는 각각 얼마인가?

요점 이 조건만으로는 다섯개의 수가 결정되지 않을것 같지만 다섯개의 수가 모두 다르다는데로부터 잘 생각하면 결정된다.

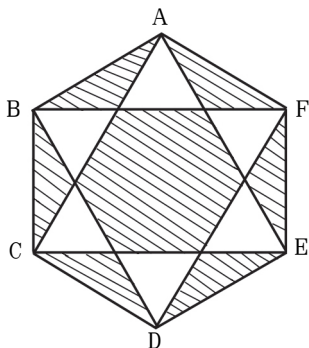
제 2 장. 도 형 의 문 제

문 제 30

오른쪽 그림과 같이 바른 4각형의 색종이를 5개의 부분으로 잘랐다. 색종이의 네모서리로부터 5㎝되는곳에서 45˙로 자르니 가운데에 작은 바른 4각형이 생겼다. 이 작은 바른4각형의 면적은 몇㎠인가?

요점 소학교학생들은 세평방의 정리와 같은것을 알지 못할것이다. 더우기 알고있다고 해도 도움을 주지 못할것이다.

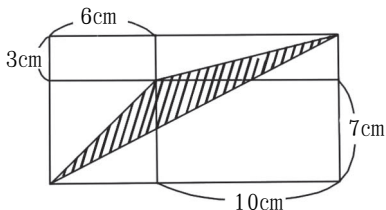
문 제 31

왼쪽 그림의 직6면체에서 정점 A의 둘레에 있는 3개의 직4각형의 면적을 구하였는데 왼쪽 직4각형의 면적은 216㎠이고 오른쪽 직4각형의 면적은 96㎠이고, 웃쪽의 직4각형의 면적은 144㎠였다. 정점 A의 둘레에 있는 세변 AB, AC, AD의 길이를 구하시오.

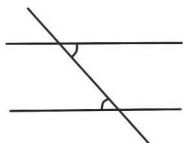
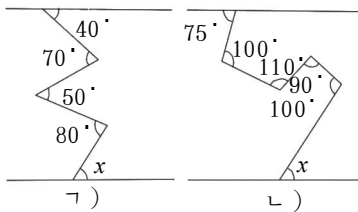
요점 재미있는 문제이다. 216, 96, 144를 각각 두개의 수의 적으로 분해하고 그것을 잘 조절하면 될것 같은데 매 변의 길이를 솜씨있게 구하는 방법이 있다.

문제 32

바른6각형 ABCDEF를 기본으로 하여 오른쪽 그림과 같은것을 만들었다. 바른3각형 ACE의 면적은 바른6각형 ABCDEF의 몇분의 몇인가? 또한 빗선을 그은 부분의 면적의 합은 바른6각형 ABCDEF의 면적의 몇분의 몇인가?

요점 바른6각형안에 포함되여있는 이러저러한 도형의 면적을 구할수도 있지만 보다 좋은 방법을 생각해보라. 도형문제는 도형으로서 생각하는것이 제일 좋다.

문제 33

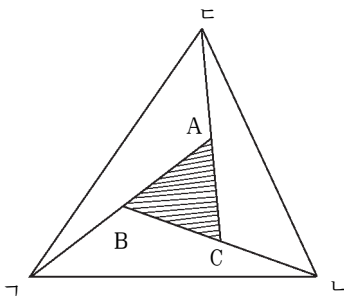
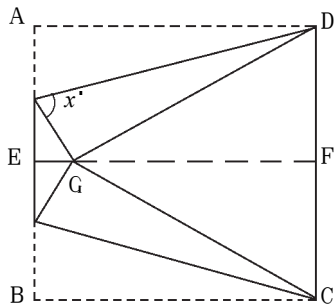
오른쪽 그림의 치수로 직4각형을 4개의 작은 직4각형으로 나누고 빗선을 그은 3각형을 만들었다. 이 3각형의 면적을 구하라.

요점 3각형의 면적을 직접 구하는것은 힘들다. 잘 생각해보시오.

문제 34

2개의 평행선과 사귀는 임의의 직선을 왼쪽 그림과 같이 그으면 마주 향한 두 각은 늘 같아진다. 이 성질을 리용하여 아래의 (ㄱ)와 (ㄴ)의 두 그림안에 있는 x의 각을

구하라. 우와 아래에 있는 두 직선은 평행선이다.

요점 그렇게 힘든 문제는 아니다. 평행선의 성질을 어디에서 어떻게 리용하는가가 중요하다.

문제 35

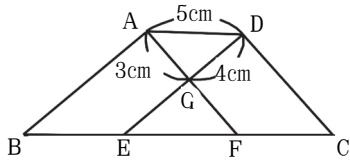
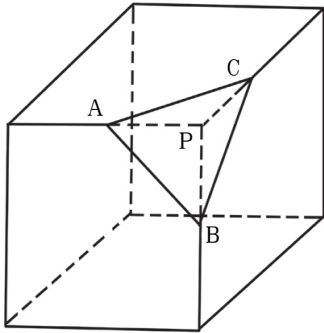
오른쪽 그림은 바른4각형의 색종이 ABCD를 절반으로 접은 선 EF우에 색종이의 두 모서리 A와 B가 마주치도록 접었다. 그림에서 x는 몇도인가?

요점 문제의 본질을 깨닫지 못하면 매우 어려운 문제이다. 먼저 3각형 GCD가 어떤 모양의 3각형인가를 생각하라.

문제 36

3각형 ABC의 세변 AB, BC, CA를 왼쪽 그림과 같이 각각 2배로 늘인 점을 ㄱ, ㄴ, ㄷ로 하였다. 3각형 ㄱㄴㄷ의 면적은 3각형 ABC의 몇배인가? 여기서 본래의 3각형 ABC는 임의의 3각형으로 한다.

요점 푸는 방법의 열쇠를 찾지 못하면 풀수 없다. 열쇠를 찾지 못하면 매우 힘든 문제이다.

문제 37

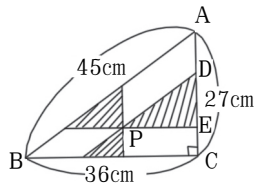
오른쪽 그림에서 4각형 ABED와 4각형 AFCD는 다 평행4변형이고 AF와 DE는 직각으로 사귀고있다. AD, DG, GA의 길이는 각각 5㎝, 4㎝, 3㎝이고 평행4변형 ABED의 면적은 36cm^2이다. 4각형 ABCD와 3각형 GEF의 둘레의 길이는 각각 얼마인가? 또한 이 4각형과 3각형의 면적은 각각 얼마인가?

요점 AD와 BC는 평행인데 여기에만 주목한다면 풀기가 힘들어진다. 다른데도 눈을 돌려야 한다.

문제 38

왼쪽 그림은 바른6면체의 한 꼭두점(정점)P와 거기에 잇닿은 세변의 가운데점 A, B, C로부터 생긴 3각추 PABC를 그 바른6면체에서 잘라낸것이다. 이와 같은 3각추를 어느 꼭두점에서도 잘라냈다. 이때 생기는 립체의 꼭두점과 변은 각각 몇개인가? 또한 어떤 면이 각각 몇개 생기는가?

요점 바른6면체의 매 면이 어떤 모양으로 되는가를 알아내면 거의 해결될것이다.

문제 39

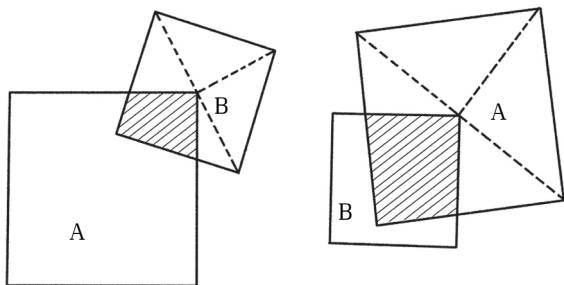
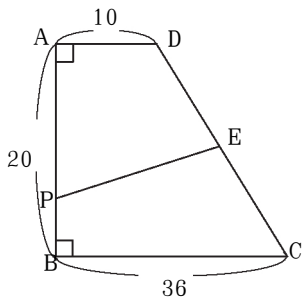
오른쪽 그림과 같은 직각3각형 ABC가 있다. 점 P를 지나는 세 직선은 3각형 ABC의 세변과 평행이다.

AD:DE:EC = 3:4:2

일 때 빗선을 그은 세 3각형의 면적의 합을 구하시오.

요점 같은 모양이라도 크기가 다른 닮은 3각형이 얼마든지 있다. 이 3각형들사이의 길이의 관계를 구하면 된다.

문 제 40

크기가 다른 두개의 바른4각형 A, B가 있다. 아래의 왼쪽 그림과 같이 B의 대각선의 사귐점을 A의 하나의 꼭두점(정점)에 겹쳤더니 겹쳐진 부분의 면적이 A의 면적의 $\frac{1}{9}$로 되였다. A와 B의 변의 길이를 옹근수의 비로 표시하라. 또한 아래의 오른쪽 그림과 같이 A와 B를 반대로 하여 겹치면 겹쳐진 부분의 면적은 B의 몇분의 몇으로 되는가?

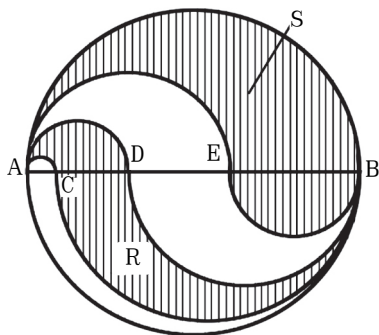
요점 B의 대각선의 사귐점이 A의 하나의 꼭두점에 겹쳤다고 할 뿐 겹치는 방법이 구체적으로 정해져있지 않다.

문제 41

왼쪽 그림의 4각형 ABCD는 A와 B의 아낙각이 직각으로 되여있는 제형(사다리형)이다. E는 변 DC의 가운데점이고 직선 PE는 사다리형 ABCD의 면적이 2등분되도록 그어졌다. 세변 AD, AB, BC의 길이가 각각 10㎝, 20㎝, 36㎝일 때 PB의 길이는 얼마인가?

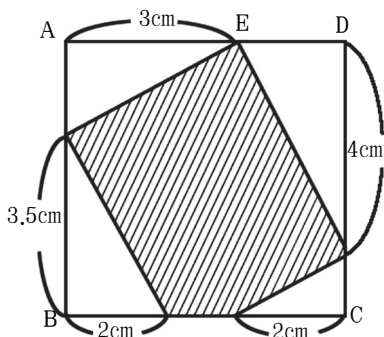
요점 사다리형의 면적을 2등분하는것을 어떻게 생각하는가에 달려있다. 서투르게 하면 아주 풀리지 않을수 있다.

문제 42

원의 직경 AB를 10등분하여

AC=1, CD=2,
DE=3, EB=4

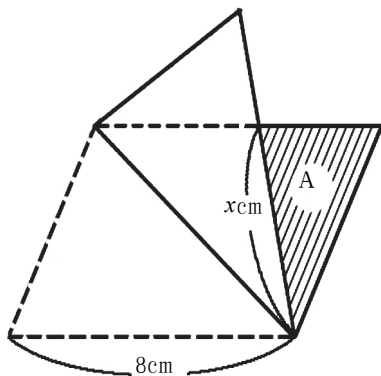
로 되게 C, D, E를 취한다. AC, AD, AE를 직경으로 하는 반원을 AB의 웃쪽에 그리고 BC, BD, BE를 직경으로 하는 반원을 AB의 아래쪽에 그린다. 오른쪽 그림에서 빗선을 그은 도형을 R, S라고 할 때 그 면적의 비는 얼마인가?

요점 오래전부터 내려오는 유명한 문제를 변형한것이다. 복잡한 두개의 도형을 비교하는 문제이지만 면적의 비는 생각과는 달리 간단하게 된다.

문 제 43

왼쪽 그림의 4각형 ABCD는 한변의 길이가 5㎝인 바른4각형이다. 점 E를 지나는 직선을 그어서 빗선을 친 부분의 면적을 2등분하였다. 이때 그 직선은 변 BC우에서 꼭두점 B로부터 몇㎝ 떨어진 곳을 지나는가?

요점 어려운것 같이 보이지만 실제는 간단하다. 그러나 먼저 빗선을 친 부분의 면적을 구해놓는것이 좋다.

문 제 44

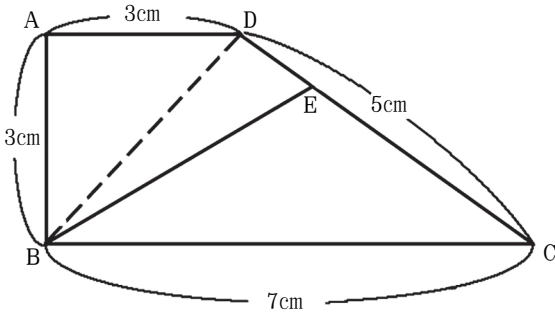
가로의 길이가 8㎝인 평행4변형을 대각선을 따라 오른쪽 그림과 같이 접었다. 그러면 빗선을 친 3각형 A의 면적이 본래의 평행4변형의 면적의 $\frac{1}{5}$로 되였다. 그림안에 있는 x는 몇㎝인가?

요점 문제의 실마리를 어데서 찾는가하는것이다. 접었다고 하는 내용을 잘 생각해볼 필요가 있다.

문 제 45

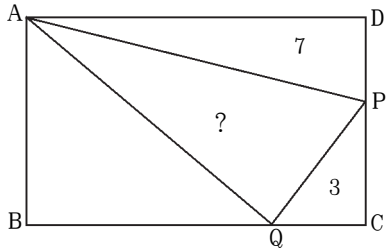
아래의 그림과 같은 사다리형 ABCD가 있다. AD와 BC는 다 AB에 수직이고

AD=AB=3㎝

BC=7㎝, CD=5㎝

이다. 이제 CD우에 E를 정하고 직선 BE로 사다리형의 면적을 2등분하려고 한다. CE의 길이를 몇㎝로 하면 좋은가?

요점 소학교학생이라도 3각형이나 사다리형의 면적을 구하는 방법을 알고있을것이다. 그러나 고급한 정리 같은것은 모르고있다.

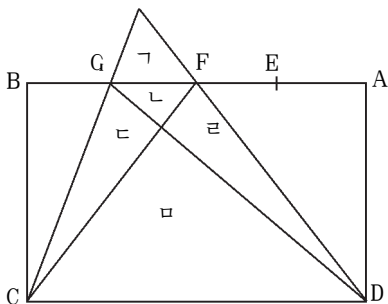
문제 46

오른쪽의 그림과 같이 직4각형 ABCD의 변 CD와 변 BC 우에 각각 점 P, 점 Q가 있다.

DP:PC=2:3

으로 되여있다. 3각형 APD의 면적이 7㎠이고 3각형 PQC의 면적이 3㎠일 때 3각형 APQ의 면적은 얼마인가?

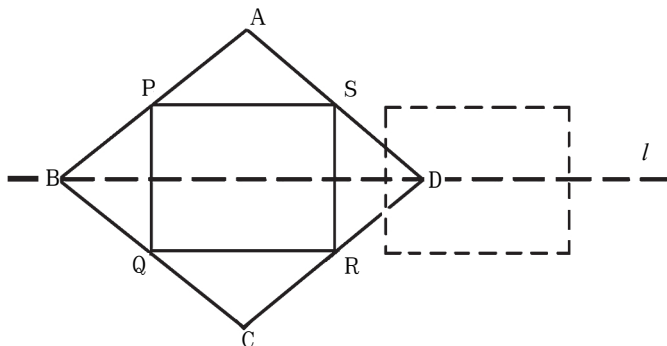
요점 먼저 3각형 ABQ의 면적을 구하는것을 생각해야 한다. 여기서는 변 BQ와 변 QC의 관계가 필요하다.

문 제 47

직 4 각형 ABCD가 오른쪽 그림과 같이 되여있다. E, F, G는 변 AB를 4 등분한 점이고 C, D와 F, G를 각각 련결하여 3각형 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ를 그림과 같이 만든다. 이 5개의 3각형의 면적의 비를 가장 간단한 옹근수로 표시하시오.

요점 크기는 달라도 모양이 같은 3각형이 몇개 있다. 여기에 주목하는것이 중요하다. 처음부터 계획을 세우고 생각하지 않는다면 성공을 바라볼수 없다.

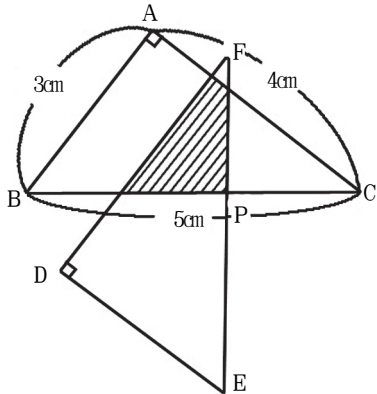
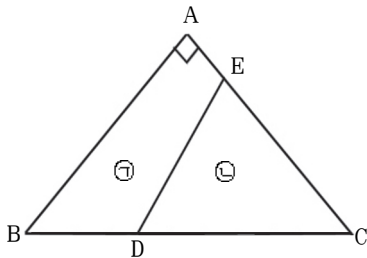
문 제 48

AB=5㎝, BD=8㎝인 등변4각형 ABCD와 PQ=3㎝, PS=4㎝인 직 4 각형 PQRS가 아래의 그림과 같이 겹쳐있다.

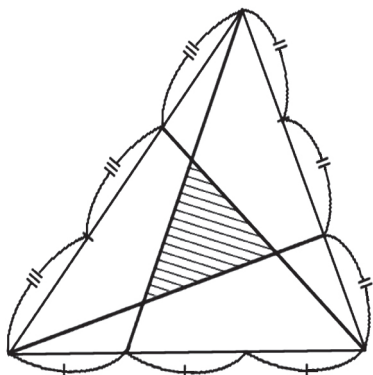
이제 등변 4 각형을 그대로 두고 직 4 각형을 직선 l에

따라 오른쪽으로 5㎝만큼 옮긴다. 직4각형과 등변4각형이 겹쳐있는 부분의 면적은 얼마인가?

요점 등변4각형의 세로대각선 AC의 길이를 먼저 구하여야 한다. 겹쳐진 부분의 3각형은 그다음에 정한다.

문제 49

세 변의 길이가 3㎝, 4㎝, 5㎝인 직각 3각형 ABC가 있다. 이 3각형의 밑변 BC우에 점 B로부터 3㎝ 떨어져있는 점 P를 중심으로 3각형을 시계바늘이 도는 방향과 반대방향으로 90˚ 돌린 3각형을 DEF로 한다. 두 직각3각형 ABC와 DEF가 겹쳐지는 부분(빗선을 친 부분)의 면적을 구하시오.

요점 이것은 매우 어려운 문제이다. 잘못하면 중학교 학생도 풀기 어려울것이다.

문제 50

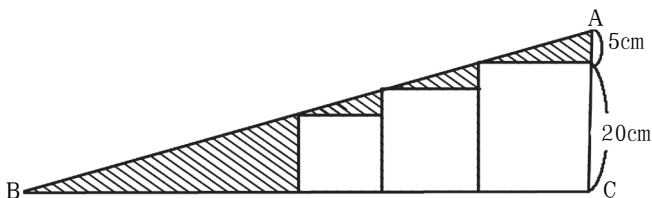
왼쪽의 그림과 같이 직각2등변3각형 ABC가 있다. A의 아낙각이 직각이고 AB와 AC의 두 변의 길이는 다 12㎝이다. BD의 길이는 빗변 BC의 길이의 $\frac{1}{3}$이고 4각형 ㄱ와 3각형 ㄴ의 면적의 비가 3:2로 되게 점 E를 취하였다. 이때 AE의 길이는 얼마인가?

요점 아주 어려운 문제이다. 이대로는 풀리지 않으므로 선을 보충적으로 그어서 실마리를 찾아야 한다.

문제 51

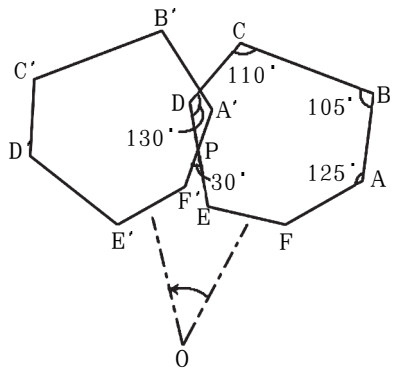
아무런 모양의 3각형을 그리고 세개의 꼭두점에서부터 마주 향한 변을 2:1로 나누는 세개의 직선을 왼쪽 그림과 같이 그었다. 빗선으로 나타낸 아낙의 작은 3각형의 면적은 본래의 3각형의 면적의 몇분의 몇으로 되는가?

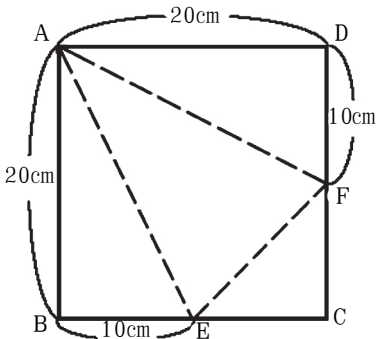
요점 매우 어려운 문제이므로 중학교학생들도 풀지 못할수 있다. 그러나 잘 생각해보면 소학교학생도 풀수 있을것이다.

문제 52

직각3각형 ABC안에 세개의 바른4각형이 그림과 같이 들어있다. 나머지 빗선을 친 부분의 면적은 몇 cm^2 인가?

요점 값은 두개밖에 표시되여있지 않지만 하나하나 따져나가면 밝혀진다.

문 제 53

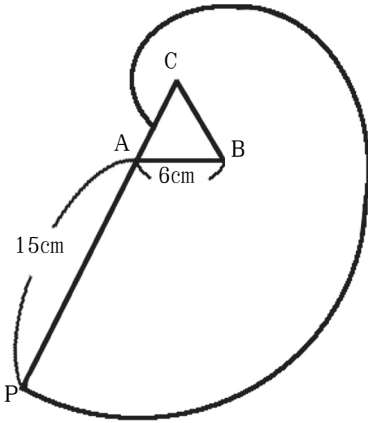
오른쪽 그림은 6각형 ABCDEF를 점 O를 중심으로 하여 어떤 각도만큼 회전시킨것이다. 변 DE와 변 A′ F′ 의 사귐점을 P라고 할 때 각 EPF′ 는 30° 로 되였다. 6각형 A′ B′ C′ D′ E′ F′ 는 점 O를 중심으로 6각형 ABCDEF를 몇도 회전시킨것인가?

요점 6각형의 네개의 각을 알고있으므로 그것을 잘 리용하시오.

문 제 54

바른4각형종이 ABCD가 그림과 같이 있다. 이것을 점선을 따라 앞으로 접어 3각추를 만들었다. 3각추의 밑면을 3각형 AEF로 할 때 높이는 얼마로 되는가? 여기서 3각추의 체적은

(밑면적)×(높이)÷3

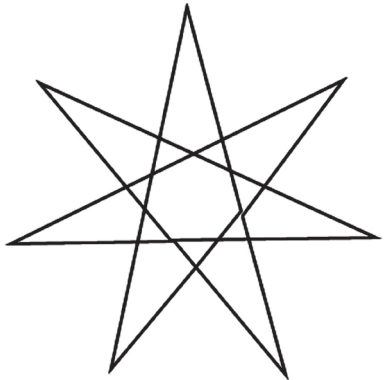
으로 계산하시오.

요점 3각추의 체적을 구할 때 어느 3각형을 밑면으로 하는가에 따라 구하는 방법이 네가지 있다.

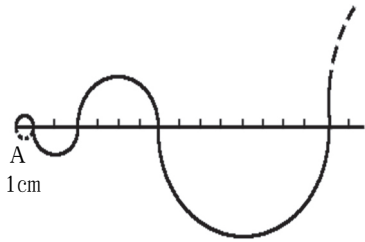
문제 55

왼쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 6㎝인 바른3각형 ABC가 있고 점 P는 변 CA를 곧추 늘인 직선우의 점이다. AP사이에 15㎝인 실을 늘이고 P를 쥐고 3각형 ABC둘레에 실이 늘어지지 않게 감는다. 이때 점 P가 그리는 곡선의 길이를 원둘레률(원주률)을 3.14로 하여 구하시오.

요점 얼핏 보기에는 어려운 문제 같지만 그렇지 않다. 이 곡선을 몇개의 활등으로 나누고 각각의 길이를 구하시오.

문제 56

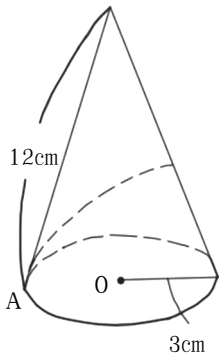
오른쪽 그림과 같은 7각별이 있다. 가운데의 7각형은 바른7각형이고 이 바른 7각형의 7개의 변을 서로 사귈 때까지 연장한 것이 7각별이다. 바깥쪽으로 나온 7개의 각의 합은 몇도인가?

요점 보통하는 방법으로 계산하여도 7개의 각의 합은 구해진다. 그러나 묘하게 푸는 방법도 있는것이다.

문 제 57

오른쪽 그림은 한눈금이 1㎝인 직선우에 어떤 규칙에 따라 점 A로부터 차례로 반원을 련결한것이다. 이때 왼쪽으로부터 세여 7번째에 있는 반원의 면적은 5번째에 있는 반원의 면적의 몇배인가?

또 점 A에서 반원우를 따라 10m 전진했을 때 왼쪽으로부터 몇번째 반원우에 있는가?

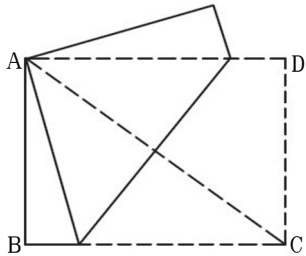
요점 10m까지를 계산할 때 원둘레률(원주률)인 3.14를 하나하나 계산해서는 힘들다. 간단한 옹근수의 계산으로 푸시오.

문 제 58

왼쪽 그림과 같은 원추가 있다. 이 원추의 밑면우의 점 A를 지나서 길이가 가장 짧아지도록 끈을 원추에 감는다. 이때 끈의 웃쪽 부분의 옆면적은 얼마인가?

요점 길이가 가장 짧아진다는 의미를 생각하시오. 이때 밑면에 있는 원의 반경이 옆면높이의 $\frac{1}{4}$로 되여 있으므로 쉽게 풀린다.

문 제 59

오른쪽 그림과 같은 직4각형 ABCD가 있고 AB는 3㎝, BC는 4㎝, AC는 5㎝이다. 꼭두점 A와 꼭두점 C가 꼭 겹치게 접었을 때 겹치는 부분의 면적은 얼마인가?

요점 꼭두점 A와 꼭두점 C가 겹치도록 접으면 도형우에 어떤 성질이 생기는가를 생각하시오.

문 제 60

왼쪽 그림에서 바른6각형 ABCDEF의 면적은 36㎠이다. 변 AB의 점 A로부터 길이가 $\frac{1}{3}$인 점을 G라고 하고 변 CD의 가운데점을 H라고 한다.

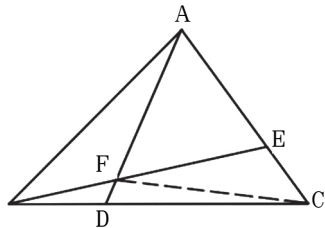
두 점 G, H를 이어서 생기는 빗선을 친 4각형 BCHG의 면적은 몇 ㎠인가?

요점 문제를 어떻게 꾸미는가가 요점이다. 바른6각형의 $\frac{1}{6}$에 바른3각형을 어디에다 그리는가를 생각하시오.

문 제 61

오른쪽 그림의 3각형 ABC에서

BD:BC=1:3

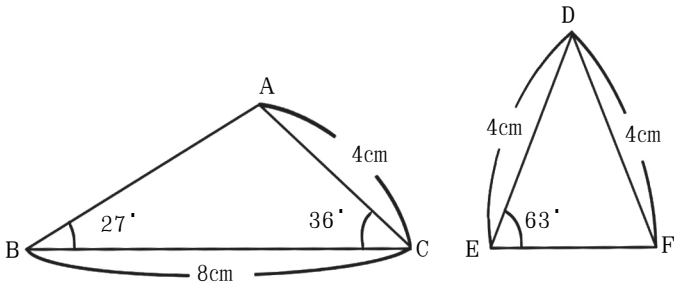
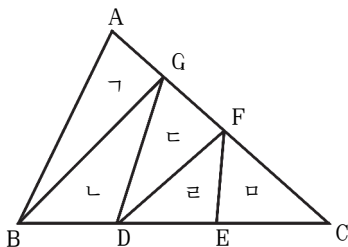
CE:CA=1:3

인 관계가 있다. AD와 BE가 사귄 점을 F라고 할 때

AF:FD

의 비는 얼마로 되는가?

요점 3각형 FBD의 면적을 기준으로 하여 3각형 FBC와 3각형 ABF의 면적을 구하시오.

문제 62

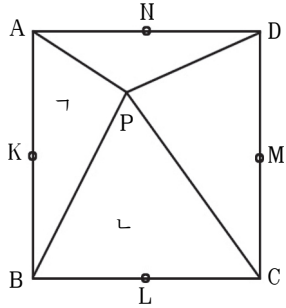
3각형 ABC와 3각형 DEF가 그림과 같이 있고 3각형 DEF의 면적은 6.4㎠이다. 이것을 리용하여 3각형 ABC의 면적을 구하시오.

요점 3각형 DEF를 리용한다고 하여도 어떻게 리용해야 하는가는 모른다. 3각형 DEF의 성질을 여러가지로 따져보시오.

문제 63

그림과 같이 3각형 ABC를 BG, GD, DF, FE의 네개의 직선으로 면적이 꼭 같은 ㄱ에서 ㅁ인 5개의 3각형으로 나누었다. 이때 BD와 FG의

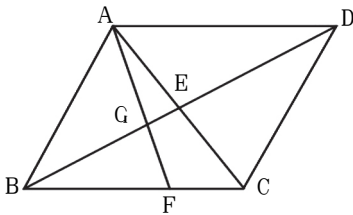
길이가 같아졌다. AC:BC의 비를 구하시오.

요점 힘들것 같이 보이지만 실지는 그렇지 않다. 여러가지 3각형의 면적을 비교하면 해결된다.

문 제 64

한변의 길이가 10㎝인 바른 4각형 ABCD안에 있는 점 P가 움직이고있다. 오른쪽 그림과 같이 점 P와 두 변 AB, BC를 이어서 생기는 두개의 3각형을 ㄱ, ㄴ라고 하자. ㄱ의 면적과 ㄴ의 면적의 합이 늘 75㎠로 되게 움직일 때 점 P는

KM, LN, AC, LM, MN

의 어느 직선우를 움직이는것으로 되는가? 그 하나를 고르고 고른 리유도 말하시오.

요점 직선을 고르는것은 간단하지만 그 리유를 설명하는것은 힘들것이다.

문 제 65

왼쪽 그림의 평행4변형 ABCD에서

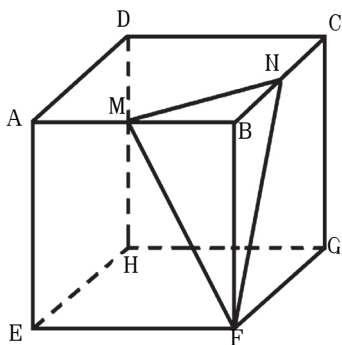
BF:FC=2:1

AG:GF=3:2

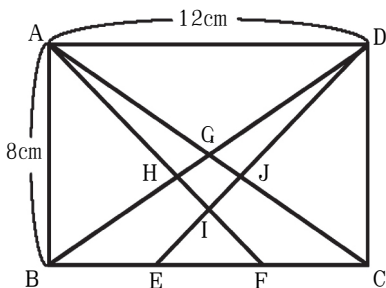
이다. 이때 3각형 AGE와 4각형 EGFC의 면적의 비는 얼마인가? 가장 간단한 옹근수의 비로 표시하시오.

요점 그림안의 여러가지 3각형의 면적을 비교해보시오. 답이 꼭 나올것이다.

문 제 66

왼쪽 그림은 한변이 10 ㎝인 바른6면체이고 M, N은 각각 AB, BC의 가운데점이다. 이제 세 점 M, N, F를 지나는 평면으로 이 바른6면체를 잘랐다. 이때 3각추를 잘라낸 나머지립체의 겉면적은 몇 ㎠인가?

요점 자름면의 3각형 MNF의 면적이 문제이지만 좋은 방법으로 간단히 구할수 있다.

문 제 67

세로가 8㎝이고 가로가 12㎝인 직4각형 ABCD가 있다. 그림의 AF는 변 AB와 변 AD가 겹쳐지게 접은 선이고 DE는 변 DC와 변 DA가 겹쳐지게 접은 선이다. 이때 3각형 IEF, 3각형 AHG, 4각형 GHIJ의 면적은 각각 얼마인가?

요점 아주 복잡한 문제이므로 푸는 방법을 결정하는것이 중요하다. 3각형 IEF와 3각형 AHG의 면적을 구하는것은 4각형 GHIJ의 면적을 구하기 위한 준비로 된다.

제 3 장. 수의 응용문제

문제 68

어느 한 도로에는 2.2㎞마다에 신호등이 있다. 그 신호들은 푸른색이 2분, 노란색이 5초, 붉은색이 40초로 동시에 깜박이고있다. 이제 붉은색신호에서 멎어있던 자동차가 푸른색신호로 바꾸어지자마자 출발하였다. 이 자동차가 이후의 모든 신호를 푸른색으로 통과하기 위해서는 한시간에 몇㎞로 달려야 하는가? 또한 한시간에 40㎞로 달리면 노란색신호와 붉은색신호에서 멎는것은 몇번째 신호로 되는가? 이때 기다리는 시간도 구하시오.

요점 모든것을 푸른색신호로 통과하는 시속은 인차 떠오를것이다. 한시간에 40㎞로 달릴 때에는 치밀한 계산이 필요하다. 다만 자동차이므로 시속이 25㎞이하라는것은 생각하지 않는것으로 한다.

문제 69

국어, 영어, 자연, 수학 등의 시험을 쳤다. 어느 한 학생의 국어와 영어의 평균점수는 78점이고, 영어와 자연의 평균점수는 71점이고, 자연과 수학의 평균점수는 65점이였다. 네 과목의 평균점수는 얼마인가? 또한 국어와 수학의 평균점수는 얼마인가?

요점 그렇게 어려운 문제는 아니다. 평균이란 무엇인가에 대하여 그 내용을 잘 생각해보시오.

문제 70

오전 0시에서 낮 12시까지사이에 시계의 긴 바늘과 짧은 바늘은 몇번 겹치는가? 다만 오전 0시때와 낮 12시는 포함시키지 않는것으로 한다. 또한 시간을 더할

때와 같은 방법으로 이 겹친 시간을 모두 더하면 얼마로 되는가?

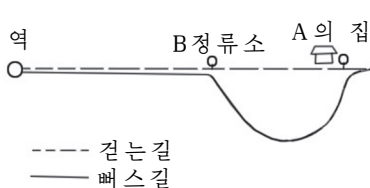
요점 긴바늘과 짧은바늘이 겹치는 시간을 하나하나 구한다면 시간이 많이 걸린다. 잘 생각해보면 겹치는 모든 시간을 간단히 구할수 있다.

문제 71

756명의 아이들로 구성된 아동회에서 두개의 안건에 대한 찬성과 반대를 투표에 의하여 결정하기로 하였다. 전원이 한표씩 투표한 결과 첫 번째 안건에 찬성한 사람은 476명이고 두번째 안건에 찬성한 사람은 294 명이였다. 또한 첫번째나 두번째의 어느 안건에도 다 반대한 사람이 169명이였다. 첫번째와 두번째의 안건에 다 찬성한 사람은 몇명인가? 그러나 두개의 안건에 대하여 어느 사람도 찬성 또는 반대 투표를 반드시 한것으로 한다.

요점 고찰하는 방법의 문제이다. 돌파구를 잘 열지 못한다면 같은것을 계속 반복하게 될것이다.

문제 72

A의 걸음속도는 한시간에 4.2㎞ 간다. 그러므로 집에서부터 역까지 걸으면 25분 걸린다. 뻐스의 속도는 한시간에 30㎞이지만 B정류소까지 에돌아가기때문에 집앞의 정류소에서 역까지 10분이 걸린다. B정류소는 A의 집에서부터 역을 향하여 $\frac{2}{5}$만큼 걸어간 곳에 있다.

어느날 아침 A가 걸어서 B정류소까지 왔을 때 마침 뻐스가 도착하였으므로 뻐스를 타고 역까지 갔다. 집을 떠나서부터 몇분

후에 역에 도착하였는가?

요점 문제의 내용이 길기때문에 잘 리해하고 풀어야 한다.

문제 73

여기에 사과가 187개 있고 배가 36개 있다. □명의 아이들에게 사과를 나누어주었더니 꼭 △개씩 차례졌다. 다음에 같은 수의 아이들에게 배를 골고루 나누어주었더니 2개의 배가 남았다. □과 △에 알맞는 수를 넣으시오.

요점 문제의 조건만으로는 여러가지 답이 나올것 같지만 187개라는 사과의 개수를 열쇠로 하여 □과 △을 정확히 결정할수 있다.

문제 74

《가》와 《나》의 자동차가 A지점을 동시에 출발하여 같은 길을 달리고있다. 《가》의 속도는 《나》의 속도보다 한시간에 4㎞ 빠르므로 《가》가 도중에 있는 B지점을 《나》보다 30분 빨리 통과하였다. 또한 《나》가 B지점에 왔을 때 《가》는 그보다 18㎞ 앞에 있는 C지점을 달리고있다. A지점과 B지점사이의 거리는 얼마인가?

요점 문제를 잘 읽어보면 그리 힘들지 않다는것을 알수 있다. 우선 《가》의 속도를 구하는것이 중요하다.

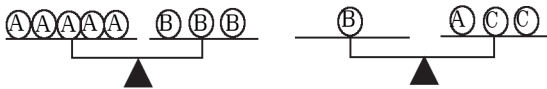
문제 75

A와 B의 두가지 상품을 사기 위하여 어떤 사람이 상점에 갔다. 그런데 이날은 상품값이 인하되여 A는 본래값보다 15% 눅게 사고 B는 본래값보다 12% 눅게 샀다. 다 사고보니 문 금액은 총 6944원으로서 평균하면 13.2% 눅게 산것으로 된다. A와 B의 본래값은 각각 얼

마였는가?

요점 현실적으로 이러한 문제가 있을수 있다. 정확하게 계산해보시오.

문제 76

세 종류의 구슬 A, B, C가 있는데 그것을 아래의 그림과 같이 달았더니 어느쪽도 기울어지지 않았다. 저울의 왼쪽에 A를 6개 올려놓고 오른쪽에 B를 4개 올려놓으면 어느쪽으로 기울어지겠는가? 또한 이것이 기울어지지 않게 하려면 가벼운쪽에 A, B, C가운데의 어느것을 몇개 올려놓으면 되는가?

요점 A, B, C인 구슬의 서로의 무게에 대한 관계를 알아보아야 한다. 여기서는 C의 구슬이 기본으로 된다.

문제 77

A, B, C, D의 네 사람이 장기를 두고있다. 서로 한번은 꼭 대전하는데 상대방에 따라서는 두번 대전하는 사람도 있다. 이 결과 A는 1승2패하고 B는 3승0패였고 C는 4패하였다. D는 몇승몇패였는가?

요점 문제의 내용을 잘 파악한 다음 대전상태를 알고있는 사람으로부터 승패를 차례로 결정해나가야 한다.

문제 78

어떤 일을 하는데 A혼자서 하면 12일이 걸리고, B혼자서 하면 18일이 걸리고, C혼자서 하면 24일이 걸린다. 이 일을 처음에 A가 며칠하고, 그 나머지를 넘겨받아 B가 며칠하고 마지막에 그 나머지를 넘겨받아 C가

며칠하여 일을 완성하였다. 각각 매 사람이 일한 날수의 비는

$$A:B=1:3, \quad B:C=1:2$$

였다. A가 일을 시작해서부터 며칠만에 일을 완성하였는가?

요점 A, B, C의 매 사람이 하는 하루일량을 생각해보시오. 보통의 방법으로 풀수 있는 문제이다.

문제 79

100원짜리 2장과 50원짜리 3장, 10원짜리 3장, 5원짜리 1장으로 물수 있는 금액은 몇가지가 있는가? 다만 이 돈들은 어느 종류도 한장이상 쓰는것으로 한다.

요점 돈의 무이는 달라도 총 금액은 같아질 때가 있다. 무이의 수를 계획적으로 알아보시오.

문제 80

A, B, C의 세 사람이 300m달리기를 하였다. A가 48초로 결승선에 들어섰을 때 B는 결승선까지 아직 12m 남은 곳을 달리고있었다. 또한 C가 결승선에 들어선것은 B가 결승선에 들어서서부터 1.2초 지난뒤였다. A가 결승선에 들어섰을 때 C는 결승선까지 아직 몇m 지점을 달리고있었는가?

요점 우선 B에 대하여 생각해보고 다음에 C에 대하여 생각해야 한다. 이에 따라 해결방도가 저절로 열린다.

문제 81

아래의 표는 A, B, C, D, E, F, G, H의 8명에 대한 수학시험결과이다. 시험은 100점만점으로서 8명의 점수의 평균은 64점이다. F의 점수는 8명가운데서 제일 높고 다른 7명가운데서 어느 한사람의 점수의 2배이다. C

와 F의 점수를 구하시오.

A	B	C	D	E	F	G	H
74	48		90	33		60	78

요점 F의 점수가 C의 점수의 2배라는것이 있을수도 있으므로 B의 점수의 2배라고 간단히 결정할수가 없는것이다.

문제 82

A, B, C, D의 네 학급의 학생수가 모두 50명보다는 적고 평균하면 46명이다. 매 학급마다 학생수의 차이는 A학급과 B학급사이에 4명이고, B학급과 C학급사이에 3명이고, C학급과 D학급사이는 2명이다. 학생수가 제일 많은것은 A학급이다.

A, B, C, D의 매 학급의 학생수는 각각 몇명인가?

요점 학급사이의 학생수의 차이는 알아도 어느 학급이 많은가는 알수 없다. 그러므로 있을수 있는 경우들로 대략 갈라본다.

문제 83

A의 그릇에는 12%의 소금물이 500g 들어있고 B의 그릇에는 물이 500g 들어있다. 먼저 A그릇에 들어있는 소금물의 절반을 B그릇에 옮겨붓고 잘 섞는다. 다음에 B그릇의 소금물의 절반을 A그릇에 옮기고 잘 섞는다. 마지막에 A와 B의 매 그릇에 들어있는 소금물의 무게가 같아지도록 A의 그릇에서 B그릇에로 소금물을 옮긴다. 그 결과 B그릇의 소금물은 몇% 소금물로 되는가?

요점 내용은 복잡한것 같지만 푸는 방법의 본질은 그다지 어렵지는 않다. 련이어 물과 소금의 무게를 나누어서 생각해보아야 한다.

문 제 84

A, B, C의 3명이 얼마씩의 돈을 가지고있다. 먼저 A가 자기가 가지고있던 돈가운데서 B와 C에게 각각 그들이 가지고있는 돈과 같은 금액의 돈을 주었다. 다음에 B가 자기가 가지고있는 돈가운데서 A와 C에게 각각 그들이 가지고있는 돈과 같은 금액을 주었다. 마지막에 C가 자기의 돈가운데서 A와 B에게 각각 그들이 가지고있는 돈과 같은 금액의 돈을 주었다.

이 결과 3명이 같은 금액인 160원씩 가지고있는것으로 되였다. A, B, C가 처음에 가지고있던 돈은 각각 얼마였는가?

요점 문제를 앞에서부터 접어들면 풀기가 어렵다. 착상이 필요하므로 거꾸로 푸는 방법을 생각하는것이 중요하다.

문 제 85

디오판토스라는 수학자의 묘비에는 다음과 같이 씌여져있다.

《디오판토스는 그의 일생의 $\frac{1}{6}$을 소년, 일생의 $\frac{1}{12}$을 청년, 다시 그 이후는 인생의 $\frac{1}{7}$을 독신으로 지냈다. 그는 결혼해서부터 5년후에 아이가 있었는데 아이는 그보다 4년전에, 그의 수명의 절반으로 사망했다.》

그러면 디오판토스는 몇살까지 살았는가?

요점 디오판토스의 일생을 1로 했을 때 결혼후의 5년간과 사망전의 4년간을 더한 9년이 몇분의 몇으로 되는가를 알아보시오.

문제 86

4g과 7g짜리의 저울추가 여러개 있다. 이 추를 무으면 여러가지 무게를 만들수 있다. 례를 들면 4g짜리 추 세개와 7g짜리 추 두개로 26g의 무게를 만들수 있다. 또한 한 종류의 추만을 써서 7g짜리 추 네개로 28g을 만들수 있다. 그런데 12g이상의 무게를 만들려고 생각했을 때 어떻게 무어도 만들수 없는 무게가 두개 있다. 그것이 몇g과 몇g인가를 말하고 그밖의 다른 무게들은 모두 만들수 있다는것을 말하시오.

요점 12g부터 순서대로 알아보면 만들수 없는 무게를 찾아낼수 있다. 문제는 그밖의 다른 무게는 모두 만들수 있다는것을 말하여야 한다.

문제 87

어떤 우유상점에서는 7병의 빈병과 새 우유 한병을 바꾸어준다. 례를 들면 13병의 우유를 사서 7병을 마시고 빈병을 내서 우유 한병과 바꾼다. 나머지 6병과 바꾼 한병을 마시고 빈병을 내서 다른 또 한병을 바꾼다. 이렇게 15병의 우유를 마시고 빈병이 하나 남는다. 어떤 사람이 1년동안에 347병의 우유를 마셨다. 적어도 몇병의 우유를 샀는가?

요점 마시고 바꾸고 또 마시고는 바꾸는 식으로 생각하면 힘들다. 단번에 결정하는 방법이 있다.

문제 88

크기가 다른 두개의 주사위를 동시에 던졌을 때 나온 수의 차가 2로 되는것은 몇가지 있는가? 또한 나온수의 적이 짝수로 되는것은 몇가지가 있는가?

요점 나온 수의 적이 짝수로 될 때는 놓치거나 중복이 나오지 않게 하시오.

문제 89

같은 종류의 부분품 1000개를 리용한 기계가 있다. 어느 주간에 못쓰게 된 부분품은 그 주말에 새 부분품으로 바꾼다. 새 부분품가운데서 10%는 첫주말에, 30%는 두번째 주말에, 나머지 60%는 세번째 주말에 못쓰게 된다. 넉주이상 쓸수 있는 부분품은 없는것으로 한다. 이때 새 기계에서 두번째 주말, 세번째 주말에 새 부분품으로 교체해야 할 부분품의 개수는 각각 몇개인가?

요점 바꾼 부분품도 같은 비률로 못쓰게 되므로 차례로 바꾸게 되는 부분품에 대해서도 생각할 필요가 있다.

문제 90

A와 B가 각각 사과와 귤을 샀다. A는 사과 1개를 50전, 귤 1개를 15전으로 사서 모두 1395전을 물었다. B는 사과 1개를 45전, 귤 1개를 20전으로 사서 모두 1670전을 물었다. 알아보니 사과와 귤의 총 개수는 A나 B나 같았다. A가 산 사과의 개수는 몇개인가?

요점 일정한 계획에 따라서 어느 정도 갈라서 보아야 한다.

문제 91

표준속도로 달리고있는 렬차가 1000m의 철다리를 건느는데 50초, 1500m의 굴을 지나는데 70초 걸린다고 한다. 이 렬차가 속도를 20% 늦추어 9270m의 굴을 지났을 때 몇분 몇초로 지나겠는가? 여기서 례컨대 철다리를 지난다는것은 렬차의 앞머리가 철다리에 닿았을 때부터

렬차의 마감끄리가 철다리를 건넜을 때까지를 말한다.

요점 렬차의 길이와 속도를 어떻게 구하는가가 문제이다. 먼저 표준속도에 대하여 생각하시오.

문 제 92

A와 B가 국어와 수학시험을 쳤다. 국어시험에서는 A의 점수가 B의 점수의 꼭 2배였지만 수학시험에서는 B가 잘 치여 A의 점수보다 26점 높게 받았다. 또한 국어시험과 수학시험의 두 과목의 총 점수는 B가 121점이지만 A는 B보다 13점 높았다. A와 B의 국어와 수학점수는 각각 몇점이였는가?

요점 문제의 내용을 잘 정리하고 푸는 방법의 줄거리를 만들어야 한다. 잘 생각하여야 할 문제이다.

문 제 93

어느 한 나라에서 유원지의 입장료가 어린이 7명과 어른 두명에 4원 10전, 어린이 20명과 어른 세명에 9원 15전이다. 다만 어린이 10명이상 되면 어린이의 료금이 10% 내려간다. 어른 한명과 내려가기전의 어린이 한명의 입장료는 각각 얼마인가?

요점 10% 내려갔을 때의 어린이료금을 잘 처리하여야 한다. 잘못하면 혼돈할수 있다.

문 제 94

1g, 3g, 9g, 27g, 81g짜리 저울추가 각각 한개씩 있다. 이것을 리용하여 천평으로 무게를 잰다. 무게를 재려는 것은 왼쪽 접시에 올려놓는다. 저울추를 오른쪽 접시에만 올려놓을 때 잴수 있는 무게는 모두 몇가지가 있는가? 또한 저울추를 량쪽 접시에 올려놓아도 된다면 잴

수 있는 무게는 얼마인가?

요점 먼저 1g과 3g짜리 저울추로 살펴보고 다음에 9g짜리 저울추를 추가했을 때를 살펴보고 다음에 27g짜리 저울추를 추가하는 방법으로 차례로 살펴본다.

문제 95

현재 아버지의 나이는 두 아들의 나이의 합의 5배이지만 지금부터 6년후에는 2배로 줄어든다. 또한 두 아들은 맏아들과 둘째아들인데 지금부터 3년후에는 맏아들의 나이가 둘째아들의 나이의 2배로 된다. 현재 아버지의 나이와 두 아들의 나이를 구하시오.

요점 두 아들을 한조로 하여 나이의 합을 구하시오. 맏아들과 둘째아들의 나이를 구하는것은 그 이후의 문제이다.

문제 96

A, B, C, D, E의 다섯사람이 100m 달리기를 하였다. 다음의 이야기로부터 다섯사람의 순위를 결정하시오.

E: 《내앞에는 두사람이상이 있었는데 C보다는 앞에 있었다.》

D: 《나의 바로 앞이 B였다.》

A: 《내 뒤에는 두사람이 있었다.》

요점 세 사람의 이야기로부터 있을수 있는 경우를 모두 생각해보시오.

문제 97

A상점에서는 어느 한 상품을 본래가격대로 팔아서 7200원을 벌었다. B상점에서는 같은 상품을 본래가격보다 20% 낮추어 팔았는데 판 개수가 A상점보다 15개 더 많았으므로 번 값은 A상점과 같아졌다. B상점에서

는 이 상품을 한개를 얼마로 팔았는가? A상점에서는 이 상품을 몇개 팔았는가?

요점 A상점이 같은 개수의 상품을 20% 낮추어 팔았다면 얼마를 더 벌지 못하는가를 생각하시오.

문제 98

A, B, C, D인 네개의 자루에 144개의 공을 갈라넣었다. 매 자루에 넣은 개수의 차를 알아보니 A자루와 B자루에서는 4개, B자루와 C자루에서는 3개, C자루와 D자루에서는 2개였다. 가장 많이 들어있는것은 A자루인데 40개이상은 아니다. 매 자루에 들어있는 공의 수를 구하시오.

요점 차를 알고있어도 어느 자루가 많은가는 알수 없다. 그러므로 있을수 있는 경우들로 갈라서 생각하여야 한다.

문제 99

바께쯔에 물을 넣어 A, B, C인 세개의 막대기를 세워놓았다. 이때 물면우에 나와있는 부분은 A가 $\frac{1}{3}$, B가 $\frac{1}{4}$, C가 $\frac{1}{5}$로 되였다. 세 막대기의 길이의 합이 147㎝일 때 물의 깊이와 세 막대기의 길이는 각각 얼마인가?

요점 어느 막대기도 물속에 잠겨있는 부분의 길이는 같다. 이 내용을 분수로 잘 표현하시오.

문제 100

A, B, C의 세 사람이 어느 한 못의 둘레를 같은 방향으로 각각 6분, 7분, 11분에 한바퀴 도는 속도로 달린다. 출발지점을 처음에 A가 출발하고 다음에 B가 1분후에 출발하고 마지막에 C가 B보다 5분 늦어 출발하

였다. A, B, C가 동시에 처음으로 출발지점을 통과하는 것은 A가 출발해서 몇분후인가?

요점 먼저 A와 B가 출발지점을 동시에 통과하는 시간을 구하고 다음에 A와 C가 동시에 통과하는 시간을 구하시오.

문제 101

1번에서 12번까지의 12개의 통에 12개씩의 닭알이 들어있다. 그가운데서 한통에는 한개가 45g짜리 닭알이, 다른 한통에는 한개가 60g짜리 닭알이, 나머지 10개통에는 한개가 50g짜리 닭알이 들어있다. 이제 1번 통에서는 한개, 2번 통에서는 2개, …, 12번 통에서는 12개와 같이 통번호와 같은 개수의 닭알을 꺼내서 무게를 달았더니 총 무게가 3940g이였다. 한개 50g짜리 닭알이 들어있다고 말할수 있는것은 몇번째와 몇번째 통인가?

요점 우수리인 5g이 없다는데 주의하시오. 이로부터 45g짜리 닭알이 들어있을 가능성이 있는 통번호를 먼저 알수 있다.

문제 102

A, B, C인 세 어항에 몇마리씩의 금붕어가 들어있다. A에서 C에 12마리의 금붕어를 옮기면 C의 금붕어는 A의 금붕어의 2배로 된다. 또한 B에서 A에 9마리의 금붕어를 옮기면 A와 B의 금붕어가 같아진다. 또한 B에서 C에 금붕어를 6마리 옮기면 B와 C의 금붕어는 같아진다. A, B, C인 어항에는 각각 몇마리씩 금붕어가 들어있었는가?

요점 문제의 내용을 정리하면 자연히 길이 열린다. 먼저 A와 C의 금붕어의 차를 구하시오.

문제 103

A역 바로 옆에 있는 건늠길을 올라가는 첫 출발전차와 내려가는 첫 출발전차가 동시에 지나간다. 올라가는 전차는 10분간격으로 하루에 89대 지나가고 내려가는 전차는 11분간격으로 하루에 81대 지나간다. 건늠길차단봉은 전차가 지나갈 때마다 그 전후로 1분동안씩 계 2분동안 내리운다. 또한 올라가는 전차와 내려가는 전차가 1분의 차로 지나갈 때에는 계 3분, 2분의 차로 지나갈 때에는 모두 4분동안 차단봉을 내려놓는다. 건늠길차단봉을 하루에 몇번 내려놓으며 내려놓는 총 연장시간은 얼마인가?

요점 문제가 아주 복잡하게 되여있다. 잘 정리하여 풀지 않으면 도중에서 틀릴수 있다.

문제 104

1전짜리 우표, 3전짜리 우표, 10전짜리 우표, 20전짜리 우표의 네종류의 우표가 여러장 있다. 이 우표들을 무어서 우표료금을 표시하려고 한다. 례컨대 료금이 5전이면 1전짜리 두장과 3전짜리 한장으로 한다. 이 우표들가운데서 10장까지를 무어서 만들 때 나타낼수 없는 최소의 금액은 얼마인가? 또한 나타낼수 있는 금액은 모두 몇종류 있는가? 여기서 0전은 생각하지 않는다.

요점 최소금액은 쉽게 구할수 있지만 나타낼수 있는 금액이 몇종류인가를 구하려면 조리있게 풀어나가야 한다.

문제 105

A, B, C인 세종류의 상품이 있다. A, B, C의 한개씩의 값을 더하면 900원이다. 이제 《가》와 《나》의 두 사람이 각각 A를 세개, B를 두개, C를 한개 사려고 하였는데 《가》는 A와 C의 개수를 엇바꾸어 샀기때문에

예견한 값보다 700원 많아지고 《나》는 B와 C의 개수를 엇바꾸어 샀기때문에 예견한 값보다 250원 많아졌다. A, B, C의 각각 한개의 값은 얼마인가?

요점 A, B, C의 값의 차를 구하면 해결된다. 그리 어려운 문제는 아니므로 곰곰히 생각하시오.

문 제 106

A, B, C, D인 네개의 신호종이 있는데 길이가 1:2:3:4의 비률로 계속 울린다. 매 신호는 다 울리면 다시 8초후에 울린다. 처음에 네개의 신호종이 동시에 울리기 시작해서 28분후에 처음으로 동시에 울리였다. 이때 C의 신호종은 121번째만이였다. C와 D의 신호종이 처음으로 동시에 울리는것은 처음에 울리기 시작해서부터 몇분 몇초후인가? 또한 A와 B의 신호종이 동시에 다 울리는것은 몇초후인가?

요점 먼저 C의 신호종이 계속 울리는 시간을 구하시오. 이로부터 해결의 실마리가 나온다.

문 제 107

운동장둘레를 A, B, C의 세 사람이 일정한 속도로 달리고있다. A와 C는 같은 방향으로 달리고 B만은 반대방향으로 달린다. 결과 A는 C를 12분마다 따라 앞서고 B는 C와 2분마다 만난다. A가 13분동안에 달리는 거리를 B가 15분동안에 달릴 때 B와 C의 속도의 비는 얼마인가? 가장 간단한 옹근수의 비로 표시하시오.

요점 운동장을 한바퀴 도는 거리가 두가지 방법으로 표시된다. 그 표시하는 방법을 잘 생각하시오. 잘못하면 푸는 방법을 쥘수 없게 된다.

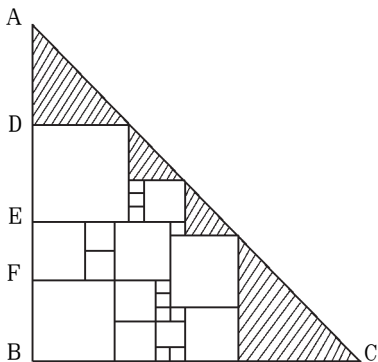
제 4 장. 도 형 의 응 용 문 제

문 제 108

오른쪽 그림에서 3각형 ABC는 같은 변의 길이가 8㎝인 직각2등변3각형이다. 이안에 여러가지 크기의 바른4각형을 채우고 채운 나머지부분에 빗선을 쳤다.

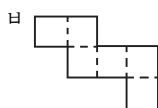
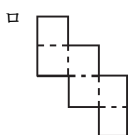
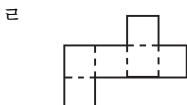
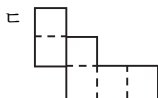
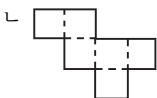
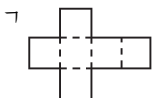
AE:EB=7:5

EF:FB=2:3

AD:DE=1:1

일 때 빗선을 친 부분의 면적은 얼마인가?

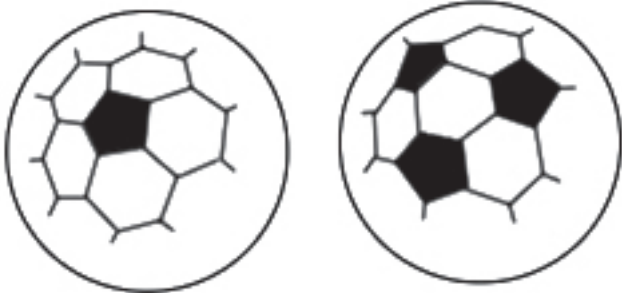
요점 도형을 잘 관찰하고 매 부분의 길이를 순서대로 결정해가야 한다. 아낙의 모든 바른4각형의 크기가 차례로 결정되게 된다.

문 제 109

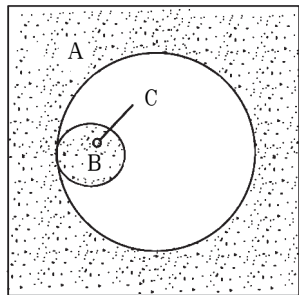
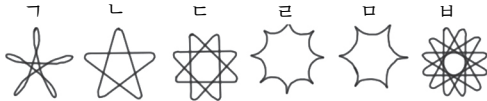
바른6면체의 모형을 만들기 위하여 ㄱ에서 ㅂ까지의 6개의 펼친 그림을 그려놓았다. 이가운데는 6면체가

될수 없는것도 있다. 어느것인가를 대답하시오.

요점 될수 없는것이 몇개 있는가를 알수 없기때문에 모두 알아보는 방법밖에 없다. 실지로 종이를 잘라보면 간단히 알수 있는데…

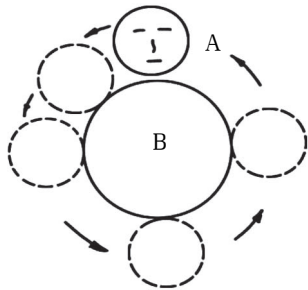
문제 110

축구공의 겉면에는 5각형과 6각형의 모양이 아래의 그림과 같이 되여있다. 이것을 보면 어느 5각형의 둘레에도 5개의 6각형이 놓여있고 어느 6각형의 둘레에도 3개씩의 5각형과 6각형이 서로 엇바뀌여 놓여있다. 이로부터 공의 겉면에 놓여있는 5각형과 6각형의 개수의 비를 될수록 간단한 옹근수의 비로 구하시오.

요점 축구공은 자주 볼수 있다. 생각밖에도 수학의 재미있는 문제가 숨어있다.

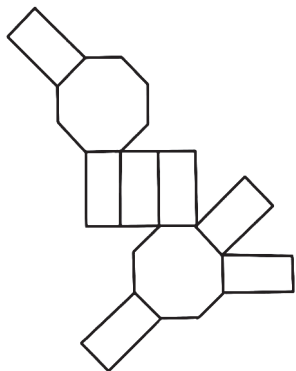
문제 111

오른쪽 그림과 같이 반경이 3.2㎝인 원형의 구멍안쪽에 96개의 이발이 달린 철판 A와 반경이 1.2㎝인 원형철판의 바깥쪽에 36개의 이발이 있는 치차 B가 있

다. 치차 B의 중심으로부터 0.6㎝ 떨어진 곳에 구멍 C를 뚫고 원주필을 끼우고 B를 A의 구멍을 따라 이발을 맞물리면서 돌리였다. 이때 생기는 도형은 아래 그림의 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ, ㅂ가운데서 어느것인가?

요점 생각하는 방법을 정리하면 문제자체는 그리 어렵지 않다.

문제 112

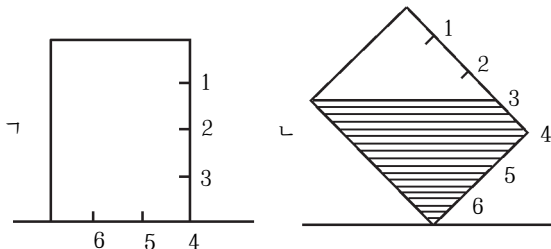
반경이 10㎝인 원판 A와 반경이 20㎝인 원판 B가 오른쪽 그림과 같이 접하고 있다. 원판 A가 원판 B의 둘레우를 미끄러지지 않고 돌아가며 한바퀴 돌아서 본래의 위치로 되돌아왔을 때 그림의 점선으로 표시한 4개의 위치에서는 원판 A가 어느 방향으로 향하겠는가? 점선의 원안에 눈과 코, 입을 그려넣으시오.

요점 직관에만 의존한다면 위험하다. 문제를 잘 살피면서 인내성있게 생각하여야 한다.

문제 113

왼쪽 그림은 어떤 립체를 펼친 그림인데 직4각형이 1장 모자란다. 모자라는 직4각형을 펼친 그림의 알맞는 자리에 1장 그려넣으시오.

이 립체를 조립하기 위하여 풀바르는 한쪽에 꼭 풀을 바른다고 하면 풀바르는 자리의 개수는 몇개 필요한가? 모자라는 직4각형을 덧붙인것으로 생각하시오.

요점 어느 면과 어느 면을 붙이는가를 잘 생각해보아야 한다.

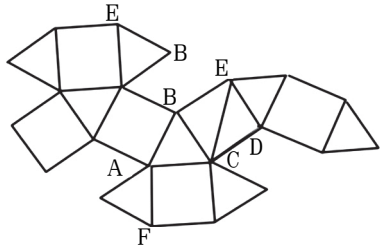
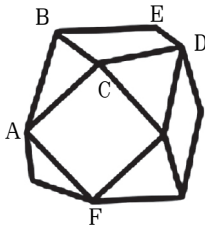
문제 114

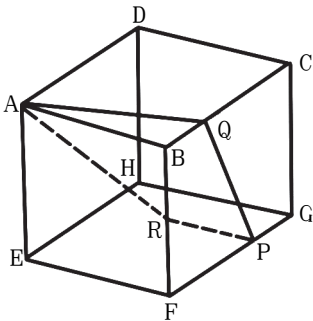
밑면은 한변의 길이가 10㎝인 바른4각형이고 길이가 12㎝인 직6면체의 유리그릇이 있다. 이 그릇에는 밑면의 한변을 3등분하고 깊이를 4등분한 눈금이 새겨져있다. 그러므로 밑면의 한변을 책상에서 떨어지지 않게 하고 어느 한 눈금까지 기울이면 여러가지 량을 잴수 있다.

이 그릇에 물을 가득 채워넣고 먼저 ㉠의 눈금이 될 때까지 물을 쏟아버린다. 그후 ㉡의 눈금이 될 때까지 따로 준비한 비커에 물을 넣었더니 비커의 물은 550㎤로 되였다. ㄱ와 ㄴ를 구하시오.

요점 우선 모든 눈금에 대하여 기울어지게 했을 때

의 물의 량을 계산해보아야 한다.

문제 115

아래의 그림은 크기가 같은 6개의 바른4각형과 크기가 같은 8개의 바른3각형으로 둘러싸인 립체의 투시도와 펼친 그림이다.

펼친 그림으로 립체를 만들 때 점 F와 겹치는 점은 어느것인가? 펼친 그림의 알맞는 점에 표식을 하시오. 또한 바른4각형 BCDE를 우로 향하게 하고 이 면이 수평으로 되게 하면서 물에 절반까지 잠그었을 때 물에 젖는 부분을 펼친 그림에 빗선을 그어 표시하시오.

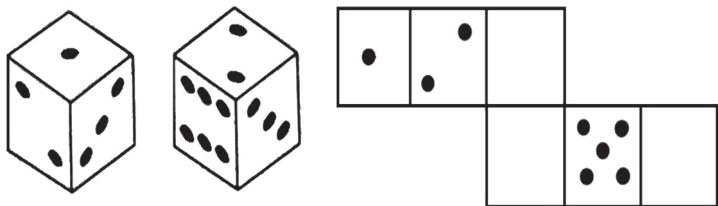
요점 직관력과 집중력에 관한 문제이다. 침착하게 살펴보아야 한다.

문제 116

한변의 길이가 6㎝인 바른6면체가 있다. 왼쪽 그림에서 점 P는 변 FG우에서 G로부터 2㎝ 되는 곳에 있다. A와 P를 련결하는 굵은선은 변 BC를 가로질러 A에서부터 P까지 가는 가장 짧은 길이다. 또한 A와 P를

련결하는 점선은 변 BF를 가로질러 A에서 P까지 가는 가장 짧은 길이다. 굵은선이 변 BC를 가로지나가는 점을 Q, 점선이 변 BF를 가로지나가는 점을 R라고 하고 BQ와 BR의 길이를 구하시오.

요점 두 점을 맺는 가장 짧은 길은 두 점이 같은 평면우에 있다면 그 두 점을 련결하는 직선이다. 그러면 두 점이 립체적으로 배치되였다면 어떻게 되는가?

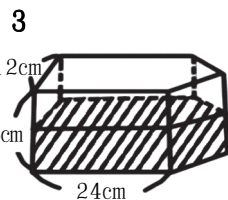
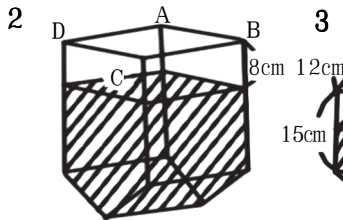
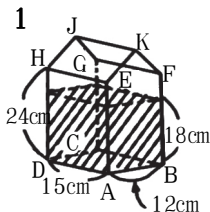
문제 117

주사위를 두 방향에서 보았을 때의 투시도가 아래의 그림과 같이 되여있다. 오른쪽 그림은 그것을 펼친 그림인데 3, 4, 6에 대한 면은 그려져있지 않다.

과 , 과 의 방향에도 주의하여 완전한 펼친 그림으로 만드시오. 다만 주사위의 서로 반대되는 면의 수의 합은 7로 되여있다.

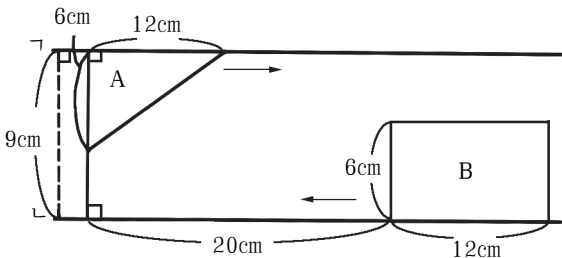
요점 상상으로도 풀수 있지만 될수록 확실한 방법을 리용하시오.

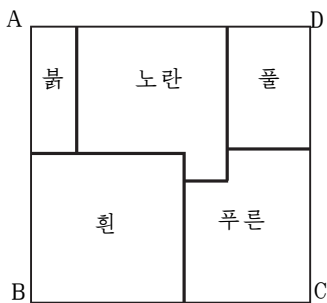
문제 118

그림 1과 같은 그릇에 18㎝의 높이까지 물이 들어있다. 이것을 그림 2와 같이 거꾸로 하여 물면이 ABCD의 면과 평행으로 되게 놓았더니 물이 들어있지 않는 부

분의 높이가 8㎝로 되였다. 이 그릇을 그림 3과 같이 가로로 놓고 물의 깊이가 7.5㎝로 되게 하려고 한다. 처음에 들어있던 물에서 몇 cm^3의 물을 버리면 되는가?

요점 우의 뾰족한 부분의 체적을 구하여야 한다.

문제 119

아래의 그림과 같이 9㎝ 떨어진 평행선 ㄱ와 ㄴ사이에 직각3각형 A와 직4각형 B가 있다. 직각3각형 A는 직선 ㄱ를 따라 매초 1㎝, 직4각형 B는 직선ㄴ를 따라 매초 3㎝의 속도로 동시에 화살표방향으로 움직이기 시작하였다. A와 B가 겹쳐져있는 부분의 면적이 일정한 값으로 변하지 않는것은 움직이기 시작해서 몇초후부터 몇초후까지인가?

요점 직각3각형 A에 직4각형 B의 왼쪽 웃모서리

의 꼭두점이 닿을 때 그 위치가 직각3각형의 빗변의 어느 위치에 올것인가 하는것이다.

문제 120

같은 크기의 바른4각형의 색종이를 왼쪽 그림과 같이 밑에서부터 붉은색, 풀색, 푸른색, 노란색, 흰색의 순서로 겹쌓고 바른4각형 ABCD를 만들었다. 이때 우에서 보이는 부분의 면적은 푸른색 80㎝^{2}, 노란색 100㎝^{2}, 흰색 120㎝^{2}였다. 붉은색과 풀색의 면적은 각각 몇 ㎝^{2}인가? (그림의 길이는 정확하지는 않다.)

요점 잘 만들어진 문제이다. 사고의 기초는 ABCD가 바른4각형이라는것인데 실마리를 잡기 힘들것이다. 어려운 문제라고 말할수 있다.

문제 121

오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 3㎝인 바른6면체의 모나무를 3단으로 겹쳐쌓았다. 이 립체의 겉면적을 구하시오.

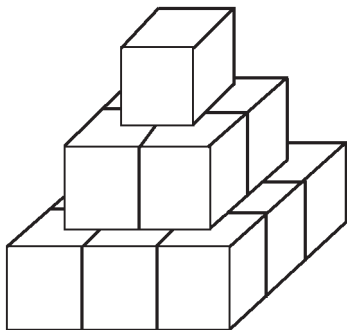
요점 매 단은 모두 바른4각형이므로 흔히 하는 계산으로도 할수 있다. 그러나 웃면의 면적을 구할 때에는 잘 생각해보아야 한다.

문제 122

그림 1과 같은 직각3각형의 그릇이 있다. 이 그릇안에 한변의 길이가 2㎝인 바른6면체의 모나무를 짬이 없이 쌓아간다(그림 2). 이때 모나무를 최대로 몇개 넣을수 있는가? 또한 그때 그릇에 짬이 생기는데 그 부분의 체적은 몇 cm^3인가?

그림 1

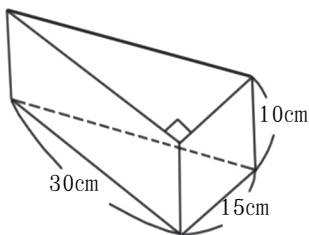
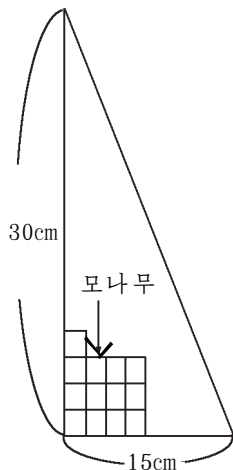
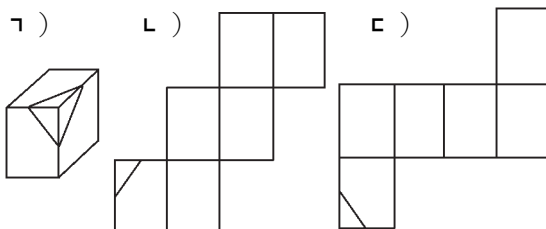



그림 2

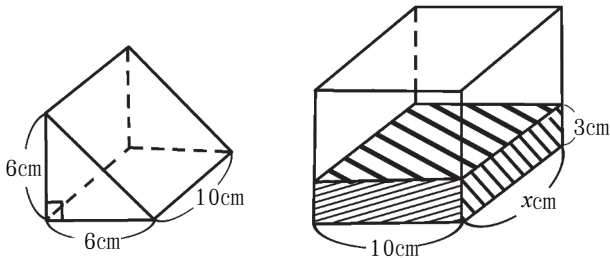
요점 모나무가 어떤 모양으로 쌓아지고 짬이 어떻게 생기는가를 살펴보시오.

문제 123

바른6면체에 그림ㄱ와 같이 굵은선을 그려넣었다. 그림 ㄴ, 그림 ㄷ는 그 펼친 그림인데 웃면의 굵은선만

을 표시하였다. 그림 ㄱ의 나머지 두면의 굵은선을 그림 ㄴ와 그림 ㄷ에 각각 표시하시오.

요점 너무 간단하게 생각하면 실수할수 있다. 어느 면과 어느 면이 서로 이웃하는가를 잘 생각해보라.

문제 124

아래의 그림과 같은 물통에 깊이가 3㎝인 곳까지 물이 들어있다. 여기에 왼쪽 그림과 같은 3각기둥의 쇠덩어리를 그림의 방향대로 물통에 잠그었더니 물의 깊이가 4㎝로 되였다. 물통의 세로길이(x라고 쓴것)는 몇㎝인가?

요점 쇠덩어리가 물속에 잠겨져있는 부분만큼 물면이 높아진다. 그러므로 그 부분의 체적을 먼저 구하여야 한다.

문제 125

아래의 그림 1의 립체는 세로가 8㎝, 가로가 8㎝, 높이가 6㎝인 직6면체에서 세로가 4㎝, 가로가 4㎝, 높이가 6㎝인 직6면체를 떼낸것이다. 이 립체를 세 점 A, B, C를 지나는 평면으로 잘랐을 때 자름면은 오른쪽 그림 ㄱ~ㅁ가운데서 어느것인가? 또한 자름면의 면적을 구하시오. 여기서 필요하다면 그림 2를 리용하시오.

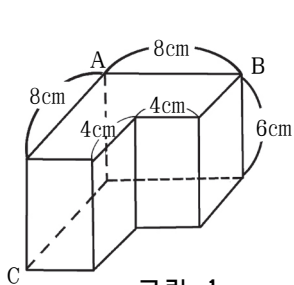
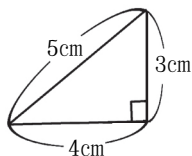
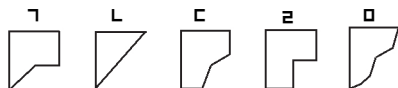
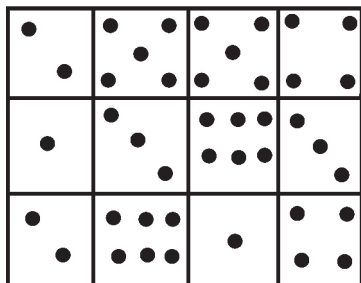



그림 1 그림 2

요점 자름면의 모양을 직관적으로 결정하는것은 위험하다. 그 리유를 아는것이 중요하다.

문제 126

왼쪽 그림은 1에서 6까지 새겨져있는 점이 2개씩 들어있는 직4각형이다. 이것을 잘 오려내서 선을 따라 접으면 주사위가 생긴다. 주사위의 점의 수는 반대쪽에 서로 마주 향해있는 두개의 수를 더하면 7로 되게 되여있다. 어떻게 오려내면 정확한 주사위가 생기는가?

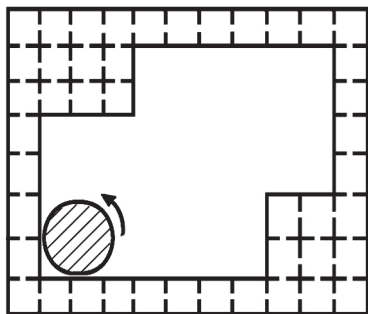
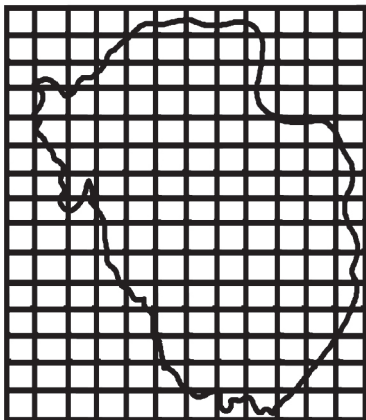
요점 1과 6, 2와 5, 3과 4인 점에 대하여 어느 수자와 어느 수자가 반대쪽에 서로 마주 향하는가를 살펴보시오. 이것에 따라 불필요한 점을 알수 있다.

문 제 127

오른쪽 그림은 10만분의 1인 지형도에서 어느 한 호수를 1㎝ 채눈종이우에 복사한것이다. 이로부터 이 호수의 대략적인 면적을 구하시오.

요점 아무런 실마리도 없으므로 중학교학생도 풀기 힘들수 있다. 그러나 노력하는데 따라 소학교학생도 풀수 있다.

문 제 128

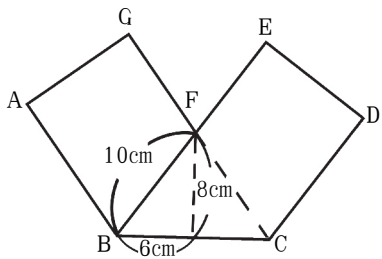
왼쪽 그림과 같은 도형이 있다.

그안쪽을 따라 반경이 2㎝인 원이 굴러가면서 한바퀴 돈다. 원의 중심이 그리는 선의 길이를 구하시오. 또한 도형안에서 이 원이 지나지 않는 부분의 면적을 구하시오. 여기서 원둘레률은 3.14로 하여 계산하시오.

요점 원이 굴러갈 때 그것이 어떻게 움직이는가를 정확히 인식하시오.

문 제 129

3각형의 세 변의 길이의 비률이 5:4:3인 3각형은 제일 긴 변에 마주 향한 각이 직각이라는것이 알려져있다.

길이가 28㎝인 직4각형의 종이를 오른쪽 그림과

같이 BC에서 접어서 겹치는 부분이 3각형 FBC로 되게 하였다. 이 직4각형의 너비 AG는 몇㎝인가? 또한 굵은 선으로 둘러싸인 도형 ABCDEFG의 면적은 몇 cm^2인가?

요점 3각형 FBC가 어떤 모양의 3각형인가를 살펴보고 그 면적을 두가지 방법으로 구하여보시오.

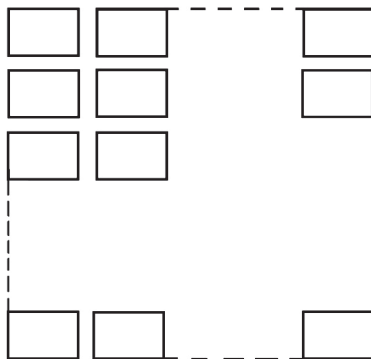
문제 130

그림 1과 같은 바른6면체모양의 도장이 있다. 6개의 면에는 1에서 6까지의 수자가 새겨져있다. 이 도장에 잉크를 묻혀 굴리였더니 그림 2와 같이 되였다. ?는 잉크가 잘 묻지 않아 수자를 알아볼수 없는 부분이다. 수자의 방향도 고려하여 맞는 수자를 써넣으시오.

그림 1 그림 2

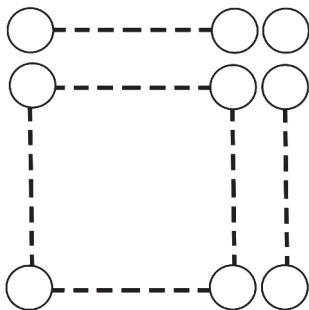
요점 주사위를 직접 굴려보면 알수 있다. 그러나 머리속에서만 생각하는것은 틀리기 쉬울것이다.

제 5 장. 수 와 도 형 의 응 용 문 제

문 제 131

세로와 가로의 길이가 각각 9㎝, 13㎝인 직4각형의 타일을 왼쪽 그림과 같이 1㎝간격을 두고 바른 4각형에 배렬하였다. 배렬한 타일은 개수를 가장 적게 했을 때 몇장 들었는가?

요점 현재의 상태에서 바른4각형의 한변의 길이를 구하려 한다면 좀 시끄러울수 있다. 생각하는 방법에 묘리가 있어야 한다.

문 제 132

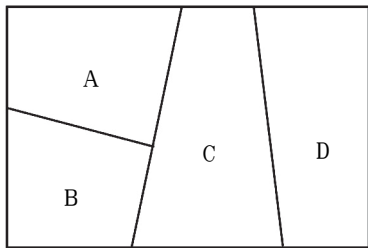
오른쪽 그림과 같이 10전짜리를 바른4각형모양으로 배렬해갔다. 그런데 바른4각형은 생기지 않고 30개씩이나 남았다. 그래서 또 한줄 늘구자고 놓았더니 아쉽게도 3개가 모자랐다. 10전짜리가 모두 몇개 있었는가?

요점 바른4각형으로 배렬하는것은 여러가지 배렬방법이 있다. 이 문제의 방법으로 10전짜리를 하나하나 배렬해가면 어떤 법칙이 있다는것을 알수 있을것이다.

문제 133

한 직선으로 늘인 끈이 있다. 이것을 20등분한 점에 빨간 표식을 하고 21등분한 점에 파란 표식을 해나간다. 빨간 표식과 파란 표식사이의 길이를 살펴보니 가장 짧은 곳이 2㎝이였다. 이 끈의 길이는 얼마인가?

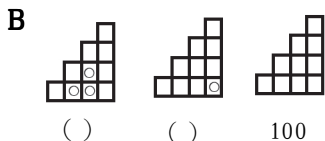
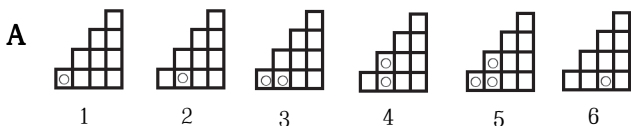
요점 빨간 표식과 파란 표식사이의 길이는 경우에 따라서 여러가지로 변한다. 가장 짧은 곳이 어디인가를 찾는것이 선차이다.

문제 134

오른쪽 그림 A, B, C, D의 구역을 경계가 뚜렷하게 색칠하기로 하였다. 색은 많아야 빨간색, 흰색, 노란색, 푸른색의 네가지 색을 쓰기로 한다면 칠하는 방법이 모두 몇가지 있는가? 이때 례컨대 A와 D를 빨간색으로 칠하여도 B를 흰색으로, C를 노란색으로 칠한다면 경계는 명확해진다.

요점 칠하는 방법을 계획적으로 하지 않는다면 중복되거나 빠질수가 있다.

문제 135

옹근수를 어떤 규정에 따라 아래의 A그림과 같이 ○(동그라미)를 그려넣어서 표식하기로 하였다. 이 규정을 찾아서 아래의 그림 B의 ( )안에 옹근수를 써넣으시오. 또한 옹근수 100을 표시하기 위해서는 ○를 어디

에 그려넣으면 되는가?

요점 그림 A를 인내성있게 살펴보면 어떤 규정을 발견할수 있을것이다. 관찰력과 주의력에 관한 문제이다.

문 제 136

A, B, C, D의 4명이 100m달리기를 하였다. 오른쪽의 표는 4명의 순위를 예견한것으로서 ①은 B가 예견한것이다. 달리기가 끝난 다음 순위를 보니 4명이 다 자기가 예견한 순위와 맞지 않았다. 또한 어느 사람도 1등에서 3등까지의 어느 하나는 맞히였다. 4등을 맞힌 사람은 한사람도 없고 3등을 맞힌 사람은 2명이였다. 실지 순위와 ②, ③, ④는 누가 예견했는가를 맞혀보시오.

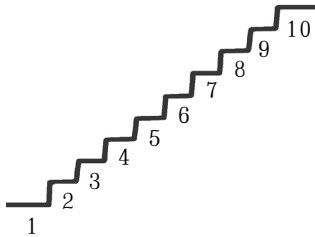
	1등	2등	3등	4등
①	D	B	C	A
②	D	A	B	C
③	A	B	C	D
④	C	A	B	D

요점 알아맞추기와 같은 문제이다. 추리를 잘해서 실지 순위를 맞추어보시오. 누가 예견했는가는 그후의 문제이다.

문 제 137

BC의 길이가 AB의 길이의 2배인 직4각형이 오른쪽 그림과 같이 있다. 이제 점 P는 A→B→C→D→A의 순서로 한번 도는 것으로 하는데 AB우에서는 1초동안에 2㎝, BC우에서는 1초동안에 4㎝, CD우에서는 1초동안에 6㎝, DA우에서는 1초동안에 8㎝의 속도로 나아간다. 한번 도는데 102초가 걸리였다. AB와 BC의 길이는 각각 몇㎝인가?

요점 적당한 길이를 머리속에서 정하고 한번 도는 시간을 계산한다. 그것을 102초에 맞추는것과 같은 거꿀계산을 하면 정확한 길이가 나온다.

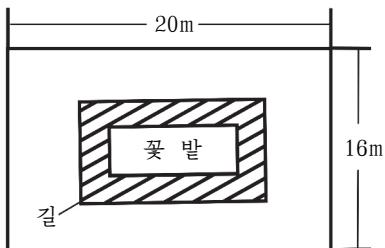
문 제 138

A와 B가 그림과 같은 계단을 리용하여 《돌가위보》놀이를 하고있다. 노는 방법은 다음과 같다. 먼저 두명이 1번에 서서 주먹으로 이기면 4계단, 가위로 이기면 5계단, 보로 이기면 6계단 움직인다. 10번계단까지 올라가면 다시 내려오고 1번까지 내려오면 다시 올라간다. 례컨대 처음에 주먹으로 이기고 다음에 가위로 이기면 9번계단에서 멎게 된다.

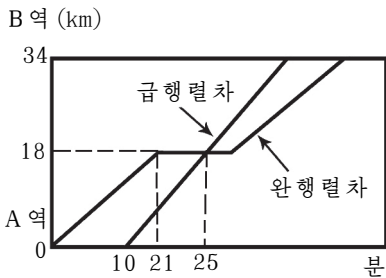
A가 2번계단에서 멎으려면 최하 몇번 이겨야 하는가. 또한 세번의 《돌가위보》로 둘이 같은 계단에

서 멎는다면 몇번째 계단인가? 다만 비기는것은 없는 것으로 한다.

요점 구체적인 무이를 알아보아야 정확한 답을 찾을수 있다.

문 제 139

세로가 16m이고 가로가 20m인 직4각형모양의 땅이 있다. 이 안에 오른쪽의 그림과 같은 꽃밭을 만들고 그 둘레를 너비가 1m인 길을 만들었다. 꽃밭의 모양은 세로와 가로의 비률이 본래의 땅의 세로와 가로의 비률과 같은 직4각형이다. 알아보니 길을 내놓은 땅의 면적은 262m² 이다. 꽃밭둘레의 길이와 면적을 구하시오.

요점 어려운 문제는 아니다. 먼저 길의 면적을 구하고 그로부터 꽃밭의 둘레를 구하시오.

문 제 140

아래의 그라프는 A역에서 B역으로 가는 급행렬차와 완행렬차의 시간과 거리의 관계를 보여준것이다. 급행렬차는 완행렬차가 떠나서 10분후에 A역을 떠나며 도중에서 멎어있는 완행렬차를 따라앞서 먼저 B역에 도착하였다.

급행렬차는 A역을 떠나서부터 몇분 몇초후에 B역에 도착하겠는가? 또한 완행렬차가 급행렬차보다 18분 20초후에 B역에 도착하였다고 하면 도중에서 몇분동안 멎어있은것으로 되는가?

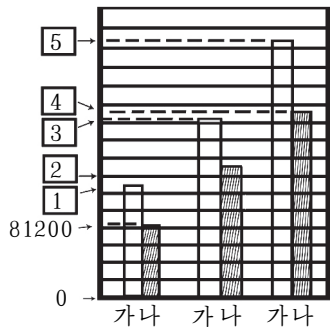
요점 그라프를 잘 볼수 있는가 없는가 하는 문제이다. 잘 볼수 있으면 나머지는 흔히 하는 계산문제로 된다.

문제 141

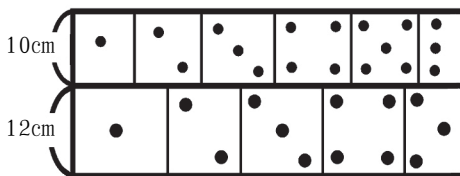
예견되는 추첨수의 비률

	A지구	B지구	C지구	합계
가	60%	30%	55%	50%
나	40%	70%	45%	50%

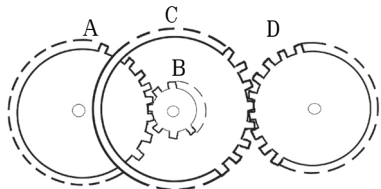
A, B, C의 세개의 지구에서 《가》와 《나》에 대하여 추첨을 하였다. 예견에서는 매 지구에서 《가》와 《나》에 각각 추첨한 비률과 합계의 비률이 우의 표와 같았다. 그런데 B지구의 예견만이 맞지 않고 최종결과는 78400표의 차로 《가》가 추첨에서 당첨되였다. 오른쪽 그라프는 A, B, C 순서로 개표했을 때의 추첨수이고 B지구의 개표가 끝났을 때는 63000표의 차가 있었다. 그라프의 1, 2, 3, 4, 5에 꼭 들어맞는 수를 구하시오.

요점 문제의 내용과 기둥그라프를 잘 보고 비교하시오.

문제 142

한변의 길이가 10㎝와 12㎝인 주사위를 왼쪽 끝을 맞추어서 아래의 그림과 같이 놓는다. 주사위의 점의 개수는 어느것이나 다 1, 2, 3, 4, 5, 6; 1, 2, 3, 4, …로 규칙적으로 반복되게 한다.

12㎝인 주사위의 점의 개수 6우에 10㎝인 주사위의 점의 개수 6이 처음으로 어기지 않고 놓이게 되는것은 12㎝인 주사위로 세였을 때 왼쪽 끝에서 몇번째로 되는가?

요점 문제 그자체는 힘들지 않지만 깊이 생각하지 않는다면 틀릴수 있다.

문제 143

왼쪽 그림과 같이 A, B, C, D의 4개의 이바퀴가 맞물려있다. A는 이발수가 48개로서 B와 맞물려돌아가고있다. B는 C와 같은 축에 붙어있고 C와 함께 돌아간다. 그리고 C의 이발수는 B의 이발수의 4배이다. D는 C와 맞물려돌아가고 A가 한바퀴 도는

사이에 D는 6번 돌아간다. D의 이발수를 구하시오.

여기서 그림에서 표시한 이발수는 설명하기 위하여 그린것으로서 정확하지 않다.

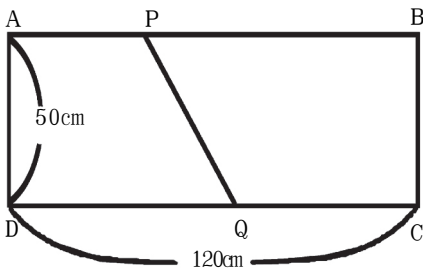
요점 이바퀴가 돌아가는 속도는 이발수에 거꿀비례한다.

문제 144

여기에 2개의 끈이 있다. 량쪽에서부터 같은 길이로 잘랐을 때 나머지길이의 비가 2:1로 되였다. 다시 량쪽에서 앞에서 잘랐을 때와 같은 길이로 잘랐더니 나머지길이의 비가 4:1로 되였다. 본래 끈의 길이는 얼마였는가?

요점 끈의 길이의 비는 4:1로 된 마지막상태로부터 거꾸로 생각해보시오. 뜻밖에 간단히 해결될것이다.

문제 145

직4각형 ABCD가 아래의 그림과 같이 있다. 점 P는 A에서부터 B방향에로 매초 2㎝, 점 Q는 C에서부터 D방향으로 매초 3㎝의 속도로 각각 A, C를 동시에 출발하였다. PQ가 변 AD와 평행으로 되는것은 출발해서부터 몇초후인가? 또한 사다리형 APQD와 사다리형 BPQC의 면적의 비가 5:7로 되는것은 출발해서부터 몇초후인가?

요점 문제의 본질이 어디에 있는가를 정

확하게 꿰뚫어보는것이 중요하다. 그러면 그리 어려운 문제는 아니다.

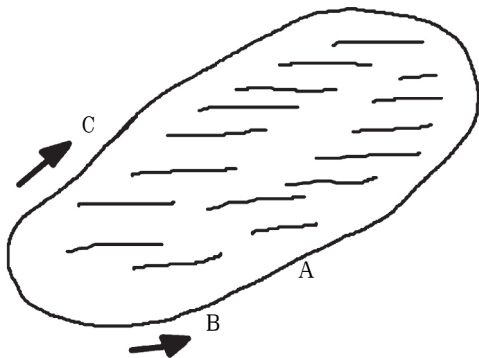
문제 146

A, B, C, D의 4명이 ○, ×식의 시험을 치고 서로 결과를 맞혀보았다. 4명은 표와 같이 ○, ×를 표시했는데 A와 B는 다 70점이고 C는 60점을 맞았다. 이 결과로부터 D는 어디어디가 틀렸고 몇점 맞았는가?

	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번	점수
A	○	×	○	×	○	○	×	×	×	○	70
B	○	○	×	×	×	○	○	○	×	×	70
C	×	×	×	○	○	×	○	×	○	×	60
D	○	×	×	○	○	×	×	○	○	×	?

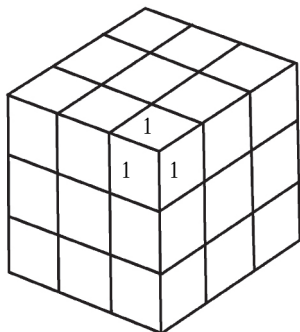
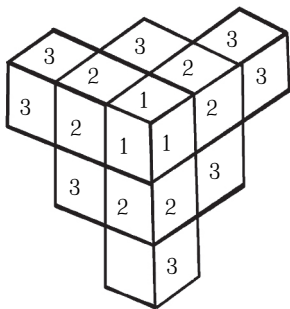
요점 어데서부터 푸는가가 문제이다. 주먹치기로 하지 말고 확고한 방향을 세워야 한다.

문제 147

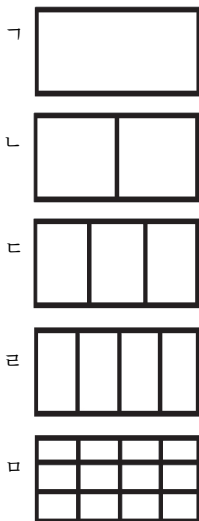
호수의 둘레를 돌수 있는 길이 나 있다. A, B, C의 3명은 같은 자리로부터 동시에 출발하였다. A와 B는 오른쪽으로 돌고 C는 왼쪽으로 돈다.

A는 매분 80m, B는 매분 65m의 속도로 걸어간다. C는 떠나서 20분후에 A와 만났고 그로부터 2분후에 B와 만났다. 호수의 둘레는 몇 m인가?

요점 아주 어려운 문제이다. C가 걷는 속도를 구하지 않으면 문제를 풀수 없다. 여기서는 A와 C가 만났을 때를 기준으로 하는것이 좋을것이다.

문 제 148

한변의 길이가 1㎝인 바른6면체의 6개의 면에 같은 수자를 쓴것을 아래의 왼쪽 그림과 같이 겹친다. 1을 쓴 바른6면체의 3개의 면에는 2를 쓴 바른6면체를, 2를 쓴 바른6면체의 면에는 3을 쓴 바른6면체를 덧붙여놓는 방법으로 한다. 이와 같이 차례로 하나씩 큰 수를 쓴 바른6면체를 덧붙여갈 때 오른쪽 그림의 27개의 바른6면체의 수자의 합은 얼마인가? (1개의 바른6면체에 대해서는 하나의 수자만을 더한다.)

또한 64개의 바른6면체에서 바깥쪽 6개의 면에 있는 수자의 총합은 얼마인가? (이 경우에는 하나의 바른6면체의 매 면에 수자를 모두 더한다.)

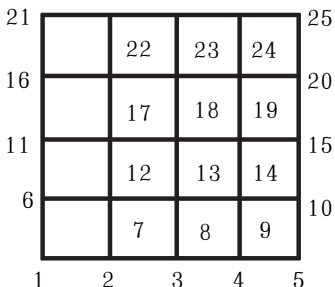
요점 좀 다른 형식의 문제이다. 높은 관찰력이 필요하다.

문 제 149

왼쪽 그림 ㄱ에는 직4각형이 하나 있다. 그림 ㄴ에는 직4각형이 모두 세개 있다. 또한 그림 ㄷ에는 직4각형이 모두 6개 있다.

같은 방법으로 셀 때 그림 ㄹ에는 직4각형이 모두 몇개 있는가? 또한 그림 ㅁ에는 직4각형이 모두 몇개 있는가?

요점 무턱대고 세면 빼놓거나 중복되는것이 나온다. 잘 살펴보면 그림 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ에 포함되여있는 직4각형의 개수에 하나의 규칙성이 있다는것을 찾을수 있다.

문 제 150

오른쪽 그림은 바른4각형의 매 변을 네등분하여 만든 그물이다. 1을 출발지점으로 하고 25를 끝점으로 하여 될수록 짧은 거리로 가자고 한다. 이때 도중의 통과점으로서 14를 지나는것으로 하면 모두 몇가지 길이 있는가?

요점 1에서 14까지의 길과 14에서 25까지의 길을 따로 생각하시오. 1에서 14까지의 길은 잘못하면 놓칠수 있다.

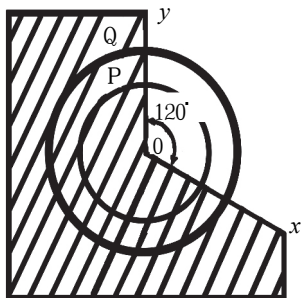
문제 151

둘레의 길이가 96m인 직4각형의 공원이 있다. 이 공원안에 둘레를 따라 너비가 2m 인 도로를 만들었더니 안에 남은 공원의 면적이 본래의 공원면적의 $\frac{21}{32}$로 되였다. 본래의 공원의 세로와 가로의 길이는 각각 얼마였는가?

요점 먼저 본래의 공원의 면적을 구해본다. 그러면 뜻밖에도 해결의 실마리를 찾을수 있다.

문제 152

바른4각형의 타일을 짬이 없이 배렬하여 직4각형 모양으로 만들었더니 24장의 타일이 남았다. 남은 타일로 직4각형둘레를 따라 돌리면 한둘레의 $\frac{2}{3}$까지 놓을수 있었다. 처음에 가로에 놓은 타일의 개수는 세로에 놓은 타일의 개수의 3배였다. 타일은 모두 몇장 있었는가?

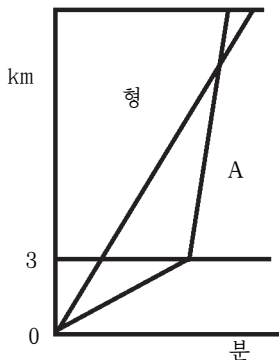
요점 처음의 돌파구를 어디에서 찾는가가 요점이다. 직4각형의 둘레의 길이를 구하는것을 생각해보시오.

문제 153

같은 점 0를 중심으로 하는 원이 두개 있는데 점 P는 안쪽의 원둘레우를, 점 Q는 바깥쪽 원둘레우를 각각 일정한 속도로 시계바늘이 도는 방향과 반대방향으로 돌고있다. 또한 그림에서 빗선을 친 부분은 그림자로

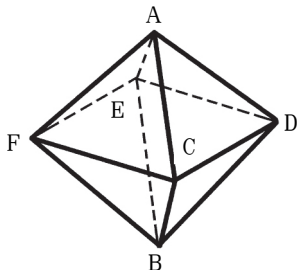
되여있다. 이제 두점 P, Q가 OY우를 동시에 출발하여 점 P는 3초후에, 점 Q는 8초후에 OX우에 와서 그대로 각각의 원둘레우를 계속 돌았다. 세 점 O, P, Q가 처음으로 한직선우에 있게 되는것은 Q가 몇번 돌았을 때인가? 또한 그림자가 없는 부분에서 처음으로 한직선으로 되는것은 출발해서부터 몇초후인가?

요점 그림자가 없는 부분에서 세 점이 한직선으로 된다는 의미를 잘 생각하시오.

문제 154

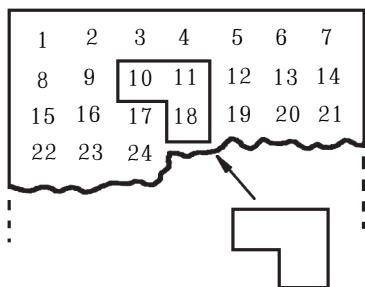
A와 그의 형은 동시에 집을 떠나 할머니네 집으로 향하였다. A는 처음에 한시간에 4㎞의 속도로 걷고 도중에서 한시간에 42㎞의 속도로 달리는 택시를 탔다. 형은 한시간에 12㎞의 속도로 자전거를 타고 갔다. 할머니네집에는 A가 10분 빨리 도착하였다. 오른쪽 그라프를 참고로 하여 A의 집에서 할머니네 집까지의 거리를 구하시오.

요점 A가 택시를 탄 지점을 형은 몇분전에 지나갔는가를 생각하시오.

문제 155

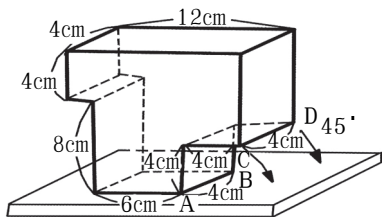
그림과 같은 바른8면체가 있다. 이가운데의 꼭두점 B를 출발해서 변을 따라 꼭두점 B로 되돌아오는 길을 생각한다. 같은 꼭두점, 같은 변을 두번 지나

지 않으면 몇개의 꼭두점을 지나도 되고 또 B→C→D→B와 B→D→C→B와 같이 거꿀방향의 길은 다른 길로 생각한다. 이때 꼭두점 A를 지나지 않는 길은 몇개 있는가? 또한 꼭두점 A를 지나는 길은 몇개 있는가?

요점 꼭두점 A를 지나지 않는 길은 간단하지만 지나는 길은 품이 든다. 빠지지 않게 계산하시오.

문제 156

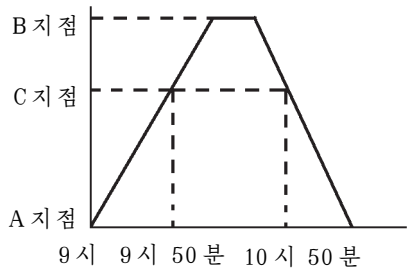
1에서 7까지를 첫 행, 8에서 14까지를 둘째행에 배렬하는 방법으로 아래와 같이 수를 배렬하여간다. 여기에 낫모양의 틀을 놓고 틀안의 세 수의 합을 구한다. 오른쪽 표에서는 틀안에 있는 세개의 수의 합이 39이다. 이 합이 328로 되게 하려면 틀을 어디에 어떻게 놓아야 하는가? 여기서 낫모양의 틀은 어느 방향으로 놓여도 된다.

요점 낫모양의 틀은 방향에 따라 네가지로 놓을수 있는데 어느 방향으로 놓아야 하는가를 잘 생각하여야 한다.

문제 157

왼쪽 그림의 그릇에 304cm³의 물을 넣었다. 그릇의 물깊이는 제일 깊은 곳에서 몇cm인가? 다음으로 이 그릇을 화살표방향으로 45°까지 조심히 기

울여 변 AB와 변 CD가 한평면에 놓이게 한다. 이때 그릇에서 쏟아져나오는 물량은 몇 cm^3인가?

요점 생각하는 방법은 단순하지만 계산에서 품이 든다. 계산할 때 틀리지 않게 하여야 한다.

문제 158

오른쪽 그라프는 어느 한 학생이 자전거를 타고 9시에 A지점을 떠나 도중의 C지점을 지나 A지점과 B지점사이를 오고간 상태를 나타낸것이다. 갈 때와 돌아올 때의 속도의 비는 4:5

이고 B지점에서는 15분동안 있은것으로 한다. 이때 B지점에 도착한 시각은 몇시 몇분인가? 또 11시 20분에 지나간 지점이 A지점에서 2㎞ 떨어진 곳이라고 할 때 갈 때의 속도는 얼마인가?

요점 잘 된 문제이다. 그라프를 보는 방법에 주의하지 않으면 해결의 실마리를 잡을수 없다.

제 6 장. 수의 고급한 응용문제

문제 159

A는 규격보다 큰 봉투에 사진을 넣어서 친구인 B에게 보내려고 한다. 무게를 달구고 우편물의 료금표에서 정확한 료금을 알아보니 공교롭게도 자기한테는 40전짜리 우표와 70전짜리 우표밖에 없었다. 그래서 이 우표를 여러가지 방법으로 맞추어보았지만 좀처럼 정확한 료금으로 되지 않았다. 할수 없어 10전만큼 더 되게 붙여서 보냈다. 정확한 료금은 얼마인가? 다만 료금은 140전이상이다.

요점 기묘한 문제이다. 이 조건만으로 풀수 있는가를 의심할수 있는데 정확히 풀린다.

문제 160

아래의 표는 A, B, C, D의 네명의 몸무게를 두명씩 조로 하여 잰 결과이다. 네명의 몸무게는 kg으로 재였을 때 모두 옹근수이다. 또한 A가 제일 가볍고 다음에 B, C, D의 순서로 무겁다. 네명의 몸무게를 구하시오.

kg	35	39	44	45	50	54

요점 해결의 열쇠를 잘 찾지 않으면 헤매게 된다. 6개의 측정값이 있다는것은 어느 두명에 대하여서도 합계의 몸무게가 재여져있는것이다.

문 제 161

마라손에서 A는 매초 5m의 속도로, B는 매초 4m의 속도로 처음부터 계속 달리고있다. 도중에 반대방향으로부터 매초 10m의 속도로 달려오던 차가 A와 어기고 2분후에 B와 어기였다. 차가 A와 어기였을 때 A와 B와의 거리는 몇m였는가? 또한 차가 B와 어기였을 때 A와 B와의 거리는 몇m로 되는가?

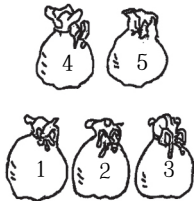
요점 그리 어려운 문제는 아니므로 침착하게 생각하면 풀수 있다. 그러나 생각을 달리하면 풀리지 않을수 있다.

문 제 162

웃단, 가운데단, 아래단으로 된 책꽂이에 책이 모두 150권 있다. 웃단으로부터 18권의 책을 아래에 옮기고 가운데단에서 1/5의 책을 꺼냈는데 웃단과 가운데단의 책수가 같아지고 아래단의 책수는 웃단의 책의 1.5배로 되였다. 처음에 웃단, 가운데단, 아래단에 각각 몇권씩 책이 있었는가?

요점 가운데단에서부터 1/5의 책을 꺼냈을 때 그것이 몇권이였는가 하는것이다. 이것이 해결의 실마리이다.

문 제 163

여기에 물건을 가득넣은 5개의 자루가 있는데 그 가운데서 두개의 자루는 모두 가짜이다. 진짜인가 가짜인가 하는것은 눈으로 보고는 가늠할수 없지만 무

게가 좀 차이난다. 진짜인것은 1개가 50g이고 가짜인것은 1개가 49g이다. 매 자루에서 물건을 몇개씩 꺼내서 저울에 올려놓을수는 있는데 한번 재는것으로 두개의 가짜자루를 골라내시오.

물건은 몇개 올려놓아도 되지만 될수록 적은 개수로 하시오.

요점 매개 자루에서 꺼내는 물건의 개수를 바꾸고 어느 두개의 자루가 가짜인가에 따라 합계의 무게가 모두 달라지게 한다.

문제 164

어느 한 중학교의 탁구소조에 탁구공이 몇통(한통에 12개 공이 있다.) 있다. 이것을 4월부터 매달 30개씩 쓸 예정으로 새로운 탁구공을 매달 같은 개수만큼 월초에 보충하기로 하였다. 이렇게 되면 다음해 3월말에 탁구공을 다 쓰는것으로 된다고 한다.

그런데 실지는 매달 39개씩 썼기때문에 금년 11월말에 사놓은것을 다 써버렸다. 처음에 탁구소조에는 공이 몇통 있었으며 매달 몇개씩 보충하였는가?

요점 먼저 탁구소조에서 가지고있던 탁구공의 개수를 구해야 한다. 여기서는 예정사용개수를 초과한 몫이 중요한 역할을 한다.

문제 165

어느 한 매표소에 표를 팔기전부터 표를 사려는 사람들이 줄을 서는데 표를 팔 때에는 40명으로 되였다. 표를 팔기 시작해서도 일정한 비률로 표를 사는 사람들이 모여오므로 하나의 매표구만으로는 이 줄이 없어지

려면 10분이 걸린다. 또한 매표구를 두개로 한다면 이 줄은 4분에 없어진다. 매표구를 3개로 한다면 이 줄이 몇분에 없어지겠는가? 다만 매표구에서 표를 파는 시간은 어느 사람에게도 같다고 한다.

요점 하나의 매표구에서 1분동안에 몇장의 표를 팔수 있는가? 이 매수를 매표구가 하나와 둘인 경우로부터 잘 구할 필요가 있다.

문 제 166

A는 운동회에 참가하기 위하여 오전 8시 30분에 집을 떠나서 매분 50m의 속도로 걸어 시작하기 10분전에 경기장에 도착할 예견이였다. 그런데 집에서부터 400m인 지점에 와서 잊어버린 물건이 생각나서 매분 80m의 속도로 집으로 되돌아갔다. 잊어버린 물건을 찾는데 5분 걸렸기때문에 이번에는 매분 75m의 속도로 걸어서 시작하기 2분전에 경기장에 도착하였다.

집에서부터 경기장까지의 거리와 운동회시작시간을 구하시오.

요점 문제의 내용이 복잡하므로 내용을 정리하는것이 중요하다. 먼저 잊어버린 물건때문에 허비한 시간을 생각하는것이 중요하다.

문 제 167

A가 가지고있는 돈과 B가 가지고있는 돈의 비는 3:2이다. 지금 같은날부터 A는 매일 60전, B는 매일 50전씩 썼는데 B가 가지고있는 돈을 다 썼을 때 A가 가지고있는 돈은 아직 90전이 남아있었다. A와 B가 가지고있는 돈은 각각 얼마였는가?

요점 두명이 가지고있는 돈의 비만을 알고있으므로 해결의 실마리를 잘 찾을수 없을것이다. 그러나 잘 생각하면 뜻밖에도 간단히 풀린다.

문 제 168

오늘은 원족가는 즐거운 날이다. 원족가는 학생들의 비용은 한사람당 17원이다. 어른들이 따라가는 경우에 할아버지는 35원, 할머니는 30원으로 학생들과 함께 갈수 있다고 한다. 떠나는 날 원족가는 총 인원수가 50명으로 되였는데 비용을 모으니 1000원이 되였다. 50명가운데서 따라간 할아버지, 할머니는 각각 몇명이였는가?

요점 이것만으로는 조건이 부족해보이지만 답은 나온다. 먼저 50명 모두가 학생이라면 비용이 얼마드는가를 생각하시오.

문 제 169

A는 1분동안에 3개의 그릇을 씻고 B는 1분동안에 2개의 그릇을 씻을수 있다. 또한 그릇대신에 고뿌를 씻는다면 A는 1분동안에 9개의 고뿌를 씻고 B는 1분동안에 7개의 고뿌를 씻을수 있다.

여기에 어지러워진 그릇과 고뿌가 합해서 134개가 있다. 2명이 함께 20분동안에 모두 씻었다. 그릇은 몇개이고 고뿌는 몇개 있었는가?

요점 매우 어려운 문제이다. 문제의 조건만으로 풀수 있겠는가 하고 불안을 느낄수 있는데 좋은 방법이 있다. 다만 소학교학생들에게 낸 문제이므로 1분미만의 초단위의 그릇씻기에 대하여서는 생각하지 않는것으로 한다.

문제 170

A역과 B역사이의 거리는 100㎞인데 전차길과 뻐스길이 평행으로 나있다.《가》는 A역을 뻐스로 떠나고 《나》는 그보다 1시간후에 A역을 전차로 떠났는데 두사람이 함께 B역에 도착하였다. 뻐스는 처음에 한시간에 50㎞로 달리다가 도중에서 한시간에 40㎞로 속도를 늦추었다. 전차는 한시간에 80㎞로 달리다가 도중에서 10분동안 멎어있었다. 뻐스가 속도를 늦춘것은 A역을 떠나서부터 몇분후인가?

요점 먼저 전차에 대하여 생각하여야 한다. 이로부터 뻐스에 대한 조건이 나올것이다.

문제 171

5g, 10g, 20g인 세 종류의 저울추가 모두 19개 있고 그 무게의 합계는 250g이다. 이제 5g짜리와 20g짜리 추의 개수를 엇바꾸면 무게의 합계가 190g으로 된다고 한다. 세 종류의 추에 대해서 각각의 개수를 구하시오.

요점 이 조건만으로는 각각의 추의 개수를 결정할수 없는것 같은 감을 준다. 그것을 어떻게 푸는가 하는데 바로 문제를 푸는 재미가 있는것이다.

문제 172

K의 집에는 큰 새장에서 꾀꼴새와 앵무새를 모두 15마리 기르고있다. 어느날 먹이통에 먹이를 가득 채워넣었더니 6일동안에 다 먹었다. 그후 앵무새가 한마리 늘어났으므로 먹이통에 먹이를 가득 채워주고 거기에 매일 먹이통의 1/16만큼의 일정한 량을 더 주었다. 그랬더니 9일동안에 먹이를 다 먹었다.

찌꼴새는 하루에 앵무새의 2배의 먹이를 먹는데 둘다 하루에 일정한 량을 먹는다면 찌꼴새는 장안에 몇마리 있는가?

요점 어디서부터 풀겠는가를 잘 생각하여야 한다. 먹이통안의 먹이가 어떻게 없어지는가 하는것이 요점이다.

문제 173

A, B, C의 세명이 산에 밤을 주으러 가서 A는 116개, B는 112개, C는 96개의 밤을 주었다. 돌아오는 길에 먼저 누군가가 자기 밤의 1/4을 누구에게 주고 다음에 누군가가 자기의 밤의 1/4을 누구에게 주고 마지막에 누군가가 자기 밤의 1/4을 누구에게 주었더니 세명의 밤의 개수는 모두 같아졌다. 주는 방법을 어떻게 하였을가요.

요점 개수가 같아진 결과로부터 거꾸로 생각하는것이 중요하다.

문제 174

A와 B인 두개의 통에 흰돌과 검은돌이 들어있다. A통에는 2700개가 들어있는데 그가운데서 30%가 검은돌이다. B통에는 1200개가 들어있는데 그가운데서 90%가 검은돌이다. 이제 B통에서 몇개의 돌을 A통에 옮기고 그 결과를 알아보니 A통안에는 검은돌이 40%, B통안에는 검은돌이 90% 들어있었다. B통의것을 A통에 옮긴 검은돌과 흰돌은 각각 몇개씩인가?

요점 아주 어려운 문제이다. 대수를 리용하지 않고 푼다면 재능이 있는 학생이다. 여러가지로 풀수 있지만 될수록 깨끗이 풀어보시오.

문제 175

산기슭에 있는 A역과 산중턱에 있는 B역을 련결하는 등산전차가 있다. 매 역을 같은 시간에 떠나면 2분 40초후에 서로 어긴다. 올라가는 전차는 떠나서부터 6분후에 B역에 도착하였다. 내려가는 전차는 떠나서 몇분 몇초후에 A역에 도착하겠는가?

요점 조건이 부족한감을 주지만 이것만으로도 충분하다. 문제의 돌파구를 잘 찾는것이 중요하다.

문제 176

남학생이 17명, 녀학생이 15명 모두 32명인 학급에서 손풍금을 배우고있는 학생은 18명이고 피아노를 배우고있는 학생은 13명이며 둘 다 배우지 않는 학생은 7명이다. 또한 손풍금만 배우고있는 학생은 남녀가 같은 수이고 피아노를 배우고있는 녀학생의 절반은 손풍금도 배우고있다. 손풍금과 피아노를 다 배우고있는 녀학생은 몇명에서 몇명사이라고 볼수 있는가? 또한 둘 다 배우고있는 학생은 남학생보다 녀학생이 많을 때 둘 다 배우지 않는 남학생은 몇명인가?

요점 문제를 잘 정리하지 않으면 머리속에서 혼돈을 가져올수 있다. 피아노를 배우고있는 학생에 대해서 생각해보시오.

문제 177

1개에 450원하는 상품 A를 몇개 살 생각으로 꼭 그 개수만큼의 돈을 가지고갔는데 다 팔리고 없었다. 미리 사려고 생각한 개수보다 13개 적게 사면 한개에 462원하는 상품 B를 사서 약간의 거스름돈이 남는다. 그러

나 미리 사려고 생각한 개수보다 37개 적게 사도 한개에 486원하는 상품 C를 사지 못한다. 미리 생각해두었던 개수는 몇개인가?

요점 아주 어려운 문제이다. 상품 B와 상품 C를 각각 생각해두었던 개수만큼 샀을 때 어떻게 되는가를 생각하시오.

문제 178

사과 5개, 배 8개, 복숭아 10개의 값이 모두 같다. 어느날 어느 과일에 대해서도 한개당 20전씩 값을 떨구면 사과 4개와 배 7개의 값이 같아졌다.

이때 배 몇개와 복숭아 몇개의 값이 같아지겠는가?

다음날 다시 어느 과일에 대해서도 한개당 어떤 값씩 더 떨구었더니 사과 5개와 배 9개의 값이 같아졌다. 이때 배 몇개와 복숭아 몇개의 값이 같아지겠는가?

요점 두번 값을 떨구고있는데 생각하는 방법은 같다. 처음에 값을 떨굴 때를 잘 생각하시오.

문제 179

어느 한 나라의 극장입장료는 어른이 12원, 학생이 8원이다. 또한 소책자는 한권에 5원으로 팔고있다. 어느날 관람자의 총수는 400명이고 소책자를 판 수입까지 합하여 총수입은 4878원이였다. 이날 어른과 학생의 관람자수, 소책자를 판 부수는 각각 얼마인가? 생각할수 있는 무이를 모두 구하시오. 여기서 어른 관람자는 230명이상이고 학생관람자는 어른 관람자의 $\frac{2}{3}$이상이였다.

요점 어른과 학생 관람자의 무이에 어떤것이 있는가를 생각하시오. 소책자를 판 부수를 고찰하는것은 그 이후의 문제이다.

문 제 180

1에서 10까지의 옹근수가 있다. 그가운데서 각각 서로 다른 5개의 수를 골라내고 A, B, C, D, E로 표시한다. 다음의 여섯가지 조건에 들어맞는 A, B, C, D, E의 조를 모두 구하시오.

(1) D는 6보다 크다.

(2) D는 C로 나누어진다.

(3) A와 D의 합은 B와 같다.

(4) A와 C와 E의 합은 D와 같다.

(5) A와 C의 합은 E보다 작다.

(6) A와 E의 합은 C와 5의 합보다 작다.

요점 근기있게 풀어야 할 문제이다. 가능성있는 모든 경우를 곰곰히 살펴보지 않으면 답이 나오지 않는다.

문 제 181

특별봉사로 상품 A는 30%값을 떨구고 상품 B는 40%값을 떨구었다. 이것을 합하여 10개를 샀는데 본래값으로 샀을 때보다 470원 눅어졌다. 상품 A하나의 본래값이 상품 B의 본래값보다 20% 비쌀 때 상품 하나의 본래값은 얼마인가?

요점 이 조건만으로는 답이 몇가지라도 나올것 같다. 그러나 상품 하나의 본래값에 원아래의 우수리가 붙지 않으므로 오직 한가지 답이 나온다. 그것만으로도 아주 어려운 문제라고 말할수 있다.

문 제 182

어떤 제품을 만드는데 1개당 130원의 비용이 들고 그밖에 제품의 개수에는 관계없이 전체적으로 10000원의 비용이 든다. 이 제품을 1개당 350원으로 팔 때 리

익이 총매상고의 20%이상으로 되게 하려면 제품을 몇개이상 만들면 되는가?

요점 푸는 방법은 간단하지만 생각하는 방법은 높은 수준의 문제이다. 제품의 원가에 20%의 리익을 얻는것을 생각하시오.

문제 183

다음은 두 식의 □에 알맞는 옹근수를 써넣으시오. 옹근수는 한자리수이든가 두자리수의 옹근수로 한다.

$$\frac{59}{70}=\frac{1}{\square}+\frac{1}{\square}+\frac{1}{\square}$$

$$\frac{43}{70}=\frac{1}{\square}+\frac{1}{\square}+\frac{1}{\square}+\frac{1}{\square}$$

요점 어떻게 풀어나가겠는가 하는데 문제해결의 열쇠가 있으며 우연히 답을 찾을수 있다고는 생각하지 말아야 한다. 그리고 두번째 문제의 $\frac{43}{70}$은 첫번째의 $\frac{59}{70}$를 참고로 해서 푸시오.

문제 184

어떤 사람이 뻐스를 놓치여 택시로 뻐스를 따라가기로 하였다. 택시운전수의 말에 의하면 한시간에 30㎞의 속도로 달리면 1시간에 따라가고 한시간에 35㎞의 속도로 달리면 40분에 따라잡는다고 한다. 그러면 한시간에 40㎞의 속도로 달리면 몇분에 따라잡겠는가?

요점 뻐스와 택시와의 처음거리가 문제이다. 이를 위해서 먼저 뻐스의 속도를 구하여야 한다.

문 제 185

어떤 분수의 분모에서 7을 덜어서 약분하면 $\frac{3}{5}$으로 되고 분모에 6을 더하고 약분하면 $\frac{4}{7}$로 된다고 한다. 어떤 분수는 얼마인가?

요점 좀 어려운 문제이다. 그러나 생각하는 방법을 잘 정리하면 답이 쉽게 나온다.

문 제 186

다섯개의 옹근수가 작은수부터 A, B, C, D, E와 같이 놓여있다. 이 가운데서 두개씩의 옹근수를 골라내여 더하면 그 합이 다음과 같은 8종류의 수로 된다.

17, 22, 25, 28, 31, 33, 36, 39

이때 B+C는 얼마인가? 또한 다섯개의 옹근수 A, B, C, D, E의 평균은 얼마인가?

요점 아주 어려운 문제이다. 생각하는 방법의 줄거리를 정확히 세우지 않으면 좀처럼 옳은 대답이 나오지 않는다. B+C를 결정하는것이 요점으로 된다.

문 제 187

물통에 물을 채우는데 A관과 B관을 쓴다.

A관 하나로는 6시간에 물통이 가득차게 된다. A관 하나와 B관 3대로는 A관 3대와 B관 하나의 2배의 시간이 걸린다.

처음에는 A관, B관을 각각 하나씩으로 물을 채우기 시작하였는데 도중에 A관으로는 물이 절반밖에 나오지 않으므로 다시 B관을 하나 더 보충하였다. 그러므

로 예견보다도 1시간 5분 늦어지게 되였다. A관의 상태가 나빠져 B관을 하나 더 보충한것은 물을 채우기 시작해서 몇시간 몇분후인가?

요점 좀 복잡한 문제이다. 먼저 B관 하나만으로 물통에 물을 가득 채우려면 몇시간 걸리는가를 구하시오.

문제 188

동쪽도시에서 서쪽도시에로 가는 길에는 올리막길, 내리막길, 평평한 길이 있는데 그 거리는 45㎞이다. 어떤 사람이 올리막길을 한시간에 3㎞, 내리막길을 한시간에 6㎞, 평평한 길을 한시간에 5㎞의 속도로 걷는다. 그러면 동쪽도시에서 서쪽도시까지 가는데 10시간 걸리고 서쪽도시에서 동쪽도시까지 가는데 11시간 걸린다. 동쪽도시에서 서쪽도시로 향하여 올리막길, 내리막길, 평평한 길은 각각 몇㎞씩 되는가?

요점 아주 어려운 문제이다. 어데서부터 손을 대겠는가 그 출발점을 택하는 방법이 중요하다.

문제 189

첫째, 둘째, 셋째의 세 형제가 각각 세 지점을 가는데 세 형제가 가야 할 총 거리는 17950m였다. 세 형제가 각각 같은 거리만큼 가서 남은 거리를 보니 첫째는 처음에 가야 할 거리의 $\frac{7}{9}$, 둘째는 처음에 가야 할 거리의 $\frac{4}{7}$, 셋째는 처음에 가야 할 거리의 $\frac{5}{12}$이였다. 세 형제가 처음에 가야 할 거리는 각각 얼마였는가? 또한 같은 거리만큼 간 거리는 얼마였는가?

요점 정면으로부터 착수하는것은 매우 어려운 문제

이다. 그러나 뒤로부터 착수할수 있다. 그러기 위해서는 같은 거리를 임의로 정해보시오.

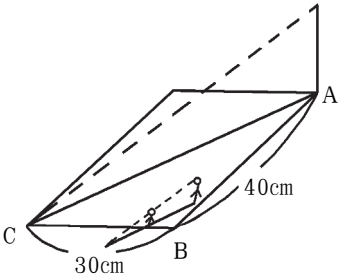
문 제 190

공원에 항상 물이 넘쳐나는 못이 있다. 이 못은 늘 같은 량의 물이 밑에서부터 솟아나오므로 물을 모두 퍼내는데 뽐프 8대로는 30분 걸리고 뽐프16대로는 14분이 걸린다. 이 못의 물을 10분동안에 모두 퍼내는데 몇대의 뽐프가 있어야 하는가? 다만 뽐프는 같은 종류, 같은 성능이고 고장은 없는것으로 한다.

요점 아주 잘된 문제로서 풀이법의 실마리를 어디서 찾는가가 기본이다. 먼저 못의 밑에서 1분동안에 솟아나오는 물의 량을 구하시오.

문 제 191

그림과 같은 직4각형의 주차장에 해가 비치여 A지점에 있는 기둥의 그림자가 C지점까지 비치였다.

아버지와 아들이 A→B→C의 길로 따라잡기를 했는데 아들이 떠나서부터 4초후에 아버지가 따라갔다. 아들의 속도는 1초동안에 2.5m였는데 두 사람이 C지점에 동시에 도착하였다. 도중에 아버지와 아들의 그림자가 겹치였는데 이것은 아버지가 B지점에서 몇m앞에서인가?

요점 어려운 문제이다. 문제설정도 매우 재미있고

비슷한 문제는 얼마보지 못하였을것이다. 그리고 그림자의 방향은 달라지지 않는것으로 생각하시오.

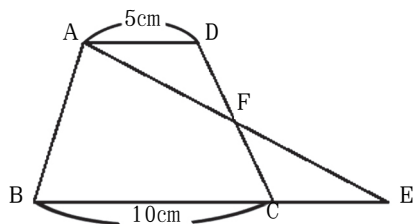
문제 192

도시 A와 도시 B사이를 두대의 뻐스가 각각 일정한 속도로 달리고있다. 1번차는 도시 A를 출발하여 도시 B에 도착하면 인차 도시 A로 되돌아간다. 2번차는 도시 B를 출발하여 도시 A에 도착하면 인차 도시 B로 되돌아간다. 지금 1번차가 도시 A를, 2번차가 도시 B를 동시에 출발하여 두대의 뻐스가 도시 A에서부터 19.5㎞지점에서 어기였다. 그후 도시 B에서부터 4㎞지점에서 다시 어기였다. 도시 A와 도시 B사이의 거리는 몇㎞인가? 또한 1번차와 2번차의 속도의 비는 얼마인가?

요점 어려운 문제이다. 기본핵에 들어서면 인차 풀리지만 거기에 이르기가 매우 어렵다.

제 7 장. 도형의 고급한 응용문제

문제 193

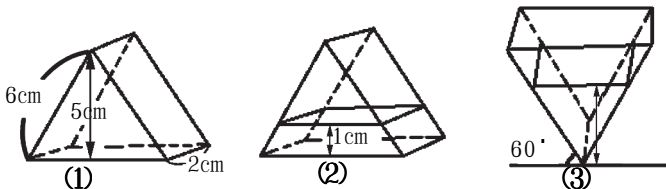
사다리형 ABCD의 면적과 3각형 ABE의 면적은 같고 3각형 AFD의 면적이 7.5㎠일 때 사다리형 ABCD의 면적은 얼마인가? 또한 변 BC우에 점 P를 정하고 3각형 ABF의 면적과 3각형 APB의 면적이 같아지게 하려면 점 P를 점 B에서부터 몇㎝인 곳에 정하면 되는가?

요점 표준적인 문제이다. FP가 어떤 성질을 가지고있는가를 찾으시오.

문제 194

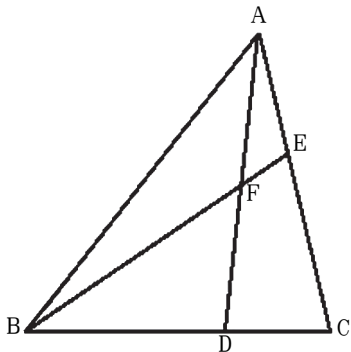
그림 1과 같은 바른3각형을 옆면으로 하는 너비가 2㎝인 3각기둥의 그릇이 있다. 여기서 이 바른3각형의 한변의 길이는 6㎝이고 높이는 5㎝로서 그릇의 두께는 없는것으로 생각한다. 이 그릇에 그림 2와 같이 깊이 1㎝인 곳까지 물이 들어있다. 이것을 그림 3과 같이 거꾸로 놓으면 물의 깊이는 몇㎝로 되는가?

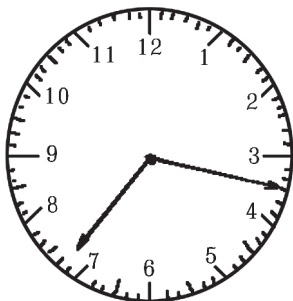
(1)

(2)

(3)

요점 매우 어려운 문제이다. 이것을 소학교학생이 풀수 있겠는가 의심스럽지만 공부를 잘하는 학생은 풀수 있을것이다. 그리고 이 바른3각형의 높이는 정확히는 5.196…㎝로 되지만 이 수에 가깝게 5㎝로 한다.

문 제 195

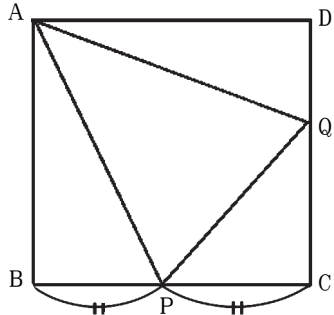
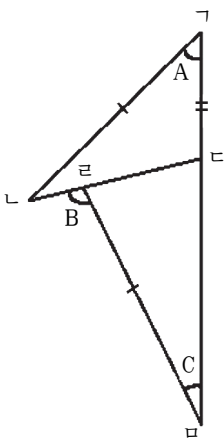
3각형 ABC의 변 BC를 2:1로 나누는 점을 D, 변 AC를 2:3으로 나누는 점을 E로 한다. 또한 AD와 BE가 사귀는 점을 F로 한다. AF:FD를 가장 간단한 옹근수의 비로 표시하시오. 또한 CF를 연장한것과 AB가 사귀는 점을 H로 할 때 3각형 AHC의 면적은 3각형 ABC의 면적의 몇분의 몇으로 되는가?

요점 이대로는 풀리지 않으므로 BE와 CF에 평행인 선을 어디에 긋겠는가를 생각하시오.

문 제 196

역의 대형시계가 7시 18분경을 가리키고있다. 이것을 보고있는 사이에 짧은바늘과 긴바늘이 엇바뀌여도 대체로 3시 36분이거나 37분으로 되여 두 바늘의 호상위치가 맞는다는 느낌을 주었다. 이와 같이 짧은바늘과 긴바늘이 엇바뀌여도 두 바

늘의 호상위치가 맞는것은 어떤 때인가? 다만 초침은 없는것으로 한다.

요점 계산하면 대단히 힘들기때문에 짧은 바늘의 위치를 X축, 긴바늘의 위치를 Y축 등으로 하고 생각하시오. 규칙적인 조작을 꼭 찾을수 있다.

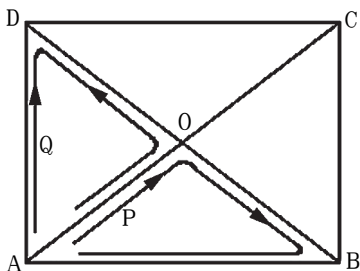
문제 197

오른쪽 그림과 같이 한변의 길이가 30㎝인 바른4각형 ABCD가 있고 점 P, 점 Q는 각각 변 BC, CD우에 있다. 점 P가 변 BC를 2등분하는 점일때 3각형 APQ의 둘레의 길이가 제일 짧아지게 점 Q를 정한다. 이때 3각형 APQ의 면적은 몇 cm^2인가?

요점 3각형 APQ의 둘레의 길이를 가장 짧게 하려면 어떻게 하면 좋은가가 문제이다. 이를 위해서는 변 DC의 오른쪽에 다른 하나의 바른4각형을 그려보시오.

문제 198

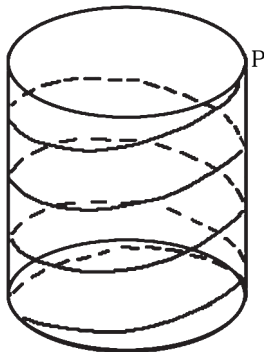
왼쪽 그림에서 각 A는 46˚, 각 B는 100˚이다. 또한 ㄱㄴ의 길이와 ㄹㅁ의 길이, ㄱㄷ의 길이와 ㄹㄷ의 길이는 각각 같다. 이때 각 C의 크기를 구하시오.

요점 착상이 요구되는 문제로서 매우 어려운 문제이다. 3각형 ㄱㄴㄷ와 같은 모양의 3각형을 하나 더 만들어보시오.

문 제 199

직4각형 ABCD의 운동장이 있는데 AB는 80m, AD는 60m, BD는 100m이다. P라는 사람이 3각형 AOB의 둘레를 화살표방향으로 매초 5m의 속도로 돌고 Q라는 사람은 3각형 ADO의 둘레를 화살표방향으로 매초 4m의 속도로 돌고있다. 2분동안 달렸을 때 두사람이 동시에 AO사이를 달리는것은 모두 몇초이겠는가? 또한 두 사람이 AO사이에서 처음으로 만나는것은 출발해서 몇초후인가?

요점 두 사람이 각각의 길을 한바퀴 도는데 몇초 걸리는가를 생각한다. AO사이를 달리는것은 그가운데의 몇초씩으로 되여있다.

문 제 200

그림과 같은 원형장식건물이 있다. 그 통로는 라선우에서 3회전반이다. 이 통로의 길이는 420m로서 땅우에서부터 21m 높이까지 모두 같은 경사이다. A라는 사람은 P점에서 매분 72m의 속도로 이 통로를 내려간다. B라는 사람은 A보다 1분후에 Q점에서 매분 36m의 속도로 이 통로를 올라간다. A가 Q점에 내려갈 때까지 A와 B가 바로 아래, 우에 있게 되는것은 언제와 언제인가? 모든 경우를 드시오.

요점 매우 어려운 문제이다. 어지간히 주의하지 않으면 중학교 높은 학년 학생도 풀지 못할수 있다.

해 답

해 답 1

3개의 분수가운데서 제일 큰것을 1/3이라고 한다면 이때 조건에서 서로 다른 3개의 분수의 합이라는데로부터 그 합을 최대로 되게 하여도

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}=\frac{47}{60}$$

로밖에 되지 않는다. 이것은 $\frac{9}{10}$보다 작기때문에 맞지 않는다. 이리하여 3개의 분수가운데서 최대인것은 $\frac{1}{2}$로 결정된다.

따라서 다음으로 큰 분수를 $\frac{1}{3}$로 해보면 $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$로 되고 이것을 $\frac{9}{10}$에서 덜면 $\frac{9}{10}-\frac{5}{6}=\frac{1}{15}$로 된다. 오른변의 분자가 1이므로

$$\frac{9}{10}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{15}$$

로 표시되여 조건에 들어맞는다.

그런데 그밖에도 답이 있을수 있으므로 다음은 $\frac{1}{4}$이라고 하면 우의 $\frac{1}{15}$에 대응하는 값이 $\frac{3}{20}$으로 되고 오른변의 분자가 3으로 되여 맞지 않는다.

그리하여 다시 $\frac{1}{5}$이라고 하면 이번에도 $\frac{1}{5}$로 되여

맞지 않는다. 이와 함께 $\frac{1}{5}$미만의 분수에 대하여 더 알아볼 필요가 없으므로 답은 한가지뿐이다.

해 답 2

13으로 나누어도, 37로 나누어도 나머지가 2로 되는 옹근수가운데서 가장 간단한것은 2 그자체이다. 그러면 13과 37이 씨수이므로 2에

$$13 \times 37 = 481$$

을 더하여 483으로 해도 같은 성질을 가진다. 그러면 481을 차례로 더하여

$$483 + 481 = 964$$
$$964 + 481 = 1445$$
$$1445 + 481 = 1926$$

으로 한것도 같은 성질을 가지는것으로 된다. 이와 같은 방법으로 80□□9로 될 때까지 계산하면 좋겠지만 이것은 품이 많이 든다.

그래서 대략적인 짐작을 하기 위해 80009를 481로 나누어

$$80009 \div 481 \approx 166.34$$

를 계산해놓는다. 그러면

$$2 + 481 \times 166 = 79848$$

도 같은 성질을 가질것이다. 게다가 여기서부터 481을 차례차례 더해도 많은 계산으로는 되지 않는다. 이것을 실지로 해보면

$$79848 + 481 = 80329$$
$$80329 + 481 = 80810$$
$$80810 + 481 = 81291$$

로 되여 답은 80329로서 13으로 나누면 6179, 나머지는 2, 37로 나누면 2171, 나머지는 2로 된다.

해 답 3

네조의 수에 대하여 일의 자리의 수와 십의 자리의 수를 엇바꾸면

19→91(72가 증가)

75→57(18이 감소)

48→84(36이 증가)

26→62(36이 증가)

로 된다. 한편 오른변의 합이 168에서 222로 변하기 위해서는

168→222(54가 증가)

가 필요하다. 이로부터 한조의 수에 대한 엇바꾸기만으로는 불가능하다.

그리하여 두조의 수에 대한 바꾸어넣기를 생각하면

$$72-18=54$$

로 되므로

$$\boxed{9}\boxed{1}+\boxed{5}\boxed{7}+\boxed{4}\boxed{8}+\boxed{2}\boxed{6}=222$$

가 얻어진다. 또한 세조의 수에 대한 바꾸어넣기를 생각하면

$$36+36-18=54$$

로 되므로

$$\boxed{1}\boxed{9}+\boxed{5}\boxed{7}+\boxed{8}\boxed{4}+\boxed{6}\boxed{2}=222$$

가 얻어진다. 마지막으로 네조의 수에 대한 바꾸어넣기를 생각하면 54의 증가가 생기지 않는다. 이리하여 합을 222로 하는 바꾸어넣기는 두가지가 있는것으로 된다.

이 문제에서는 하나의 답을 구하는것으로 마음을 놓으면 실수할수 있다.

해 답 4

a에 2를 더한것과 b에서 2를 던것이 같은 수이므로 그 수에서 2를 던것이 a이고 그 수에 2를 더한것이 b이다. 그리고 a와 b를 더한것은 같아진 수의 2배이다.

한편 c에 2를 곱한것과 d를 2로 나눈것이 같은 수이므로 그 수를 2로 나눈것이 c이고 그 수에 2를 곱한것이 d이다. 2로 나눈다는것은 0.5를 곱한다는것과 같으므로 c와 d를 더한것은 같아진 수의 2.5배(=0.5+2)이다.

이리하여 같아진 수로부터 a, b, c, d를 거꾸로 볼 때 a와 b를 더한것은 같아진 수의 2배, c와 d를 더한것은 같아진 수의 2.5배로 된다. 그러면 a와, b와, c와 d의 네 수를 더한것은 같아진 수의 4.5배(=2+2.5)이다. 이 합이 90이므로 같아진 수는

$$90 \div 4.5=20$$

으로 된다. 이로부터 처음의 a, b, c, d는

$$a=20-2=18$$
$$b=20+2=22$$
$$c=20 \div 2=10$$
$$d=20 \times 2=40$$

이다.

해 답 5

96을 씨수의 적으로 분해하면

$$96=2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

으로 된다. 여기서 서로 다른 세수가운데서 먼저 하나는

1로 본다. 그러면 나머지 둘가운데서 어느 하나에 3이 포함되므로 거기에 2가 몇개 곱해지는가를 생각하면 1×3×32(0개 곱해진다), 1×6×16(1개 곱해진다), 1×12×8(2개 곱해진다), 1×24×4(3개 곱해진다), 1×48×2(4개 곱해진다)의 5가지 방법이 있다.

다음으로 다른 3개의 수가운데 1은 없고 제일 작은 수가 2라고 본다. 그러면 역시 3에 몇개의 2가 곱해지는가를 생각하면 2×3×16(0개 곱해진다), 2×6×8(1개 곱해진다), 2×12×4(2개 곱해진다)의 세가지가 나온다. 여기서 3개 곱해지는 경우는 2×24×2로 되여 2가 두개 나오므로 조건에 맞지 않는다.

다음으로 서로 다른 3개의 수에 1도, 2도 없고 제일 작은 수가 3이라고 본다. 그러면 3×4×8의 한가지만이 나온다. 그리고 1도, 2도, 3도 없는 경우는 하나도 만들수 없다는것을 알수 있다. 이리하여 96을 서로 다른 3개의 수의 곱하기로 표시하려면 모두 9가지의 방법이 있다.

같은 방법으로 1056을 보면 조금 시끄럽지만

$$1056=2\times 2\times 2\times 2\times 2\times 3\times 11$$

로부터 1×2×3×4×44, 1×2×3×8×22, 1×2×3×11×16, 1×2×6×8×11, 1×3×4×8×11, 1×2×4×6×22, 1×2×4×11×12의 일곱가지 방법이 나온다.

해답 6

례를 들면 48034803에 대하여 생각하면 이것은

$$4803\times 10001=48034803$$

이라는것이다. 이로부터 아무런 네자리수를 두개 나란

히 놓아도 그로부터 만들어지는 8자리의 수는 꼭 10001로 나누어진다.

한편 이 수는 28907로 나누어진다고 하므로 28907이든 10001이든 어느것으로도 나누어진다. 그리하여 28907과 10001을 동시에 나누는 최대의 수(즉 최대공통약수)를 구하면

$$28907 \div 10001=2 \cdots \text{나머지 } 8905$$
$$10001 \div 8905=1 \cdots \text{나머지 } 1096$$
$$8905 \div 1096=8 \cdots \text{나머지 } 137$$
$$1096 \div 137=8 \cdots \text{나머지 } 0$$

으로 되여 137이다. 이로부터 구하려는 수는

$$28907 \div 137=211$$

로도 나누어질것이다. 이제 211의 곱절수로서 네자리수의 가장 큰 수를 구하면

$$10000 \div 211=47.39 \cdots$$

에서

$$211 \times 47=9917$$

이다. 이리하여 28907로 나누어지는 가장 큰 수는 9917을 두개 나란히 한 99179917로 된다.

해 답 7

3개의 자르기선을 한조로 하면 그안에는 늘 6개씩 옹근수가 들어있다. 그래서 100이 3개씩 자른 자르기선의 몇번째 조에 오는가를 보기 위하여

$$100=3 \times 33+1$$

로 한다. 이로부터 완전한 세개의 자르기선이 33조이고 34번째 조의 첫 자르기선이 100번째이다. 그러면

$6 \times 33=198$의 계산으로부터 198의 옹근수다음에 오는 자르기선이 99번째로 되고 100번째 자르기선은 199와 200사이에 온다.

다음으로 자르기선안의 수의 합을 보기 위하여 3개씩 건너뛴 자르기선에 대하여 살펴본다. 먼저 첫번째, 네번째, 일곱번째 등 자르기선안에서는 옹근수가 1개씩이고

$$1,\ 7,\ 13$$

으로 6씩 커진다. 그런데

$$(305-1)\div 6=50 \cdots \text{나머지 } 4$$

로 되므로 305의 옹근수가 한개만으로 자르기선안에 들어갈수는 없다. 다음으로 두번째, 다섯번째, 여덟번째 등의 자르기선안에는 옹근수가 2개씩이고

$$2+3=5,\ 8+9=17,\ 14+15=29,\ \cdots$$

와 같이 12씩 커진다. 그러면

$$(305-5)\div 12=25$$

로 되여 나누어진다. 이것은 3개씩의 자르기선을 한조로 했을 때의 26번째라는것으로서 하나씩의 자르기선에서는 77번째$(=25\times 3+2)$이다. 이 안에 련이은 두 옹근수가 들어가기때문에 그것은 152와 153이다$(152+153=305)$.

또한 같은 방법으로 살펴보면 3개의 옹근수를 포함하는 자르기선안에는 합이 305로 되는것은 없다는것을 알수 있다.

해 답 8

약분할수 없는 참분수를 분모가 작은것부터 만들어 보면

$$3 \cdots \frac{2}{3}$$

$$4 \cdots \frac{3}{4}$$

$$5 \cdots \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}$$

$$6 \cdots \frac{5}{6}$$

$$7 \cdots \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}$$

$$8 \cdots \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}$$

로 된다. 이가운데서 두개를 곱했을 때 적이 $\frac{1}{2}$로 되는것은

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{5} \times \frac{5}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{8} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{7}{8} \times \frac{4}{7} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

일 때이므로 모두 4조이다.

주의해서 풀면 소학교학생이라도 정확하게 풀수 있는 문제이다.

해 답 9

먼저

$$\frac{6}{\square}=0.0513692$$

로 놓고 □를 구해본다. 그러면

$$\square=\frac{6}{0.0513692}\approx 116.8065$$

로 되므로 분모를 116이든가 117로 하면 그 값은 0.0513692에 가까와진다. 그런데 $\frac{6}{116}=\frac{3}{58}, \frac{6}{117}=\frac{2}{39}$로 되여 약분이 되고만다.

옳은 답은 약분할수 없는 분수이므로 116으로부터는 분모가 작아지는 방향으로

$$\frac{6}{115}, \frac{6}{114}, \frac{6}{113}$$

으로 하고 117로부터는 분모가 커지는 방향으로

$$\frac{6}{118}, \frac{6}{119}, \frac{6}{120}$$

와 같이 살펴나간다. 그러면 약분할수 없는 첫 두개의 분수는 분모가 작은 방향과 큰 방향에서 각각

$$\left(\frac{6}{115}, \frac{6}{113}\right), \left(\frac{6}{119}, \frac{6}{121}\right)$$

으로 된다. 이것들과 0.0513692와의 차를 계산하면 $\frac{6}{115}$과 $\frac{6}{119}$이 가장 가까운 두개의 분수로 된다.

해 답 10

A와 A, A와 B를 곱하면 아래와 같이 될것이다.

```
  A      A
 ×A     ×B
 ──     ──
 ?B     ?A
```

여기서 A에 1에서 9까지의 수를 넣고 먼저 A×A를 계산한다. 다음으로 각각의 계산으로 B를 구하고 A×B를 계산하고 조건에 맞는가 맞지 않는가를 알아본다. 례를 들면 A를 8로 하면 A×A=64로 되고 B는 4이다. 그러면 A×B는 32로 되고 마지막 수자 2는 8과 일치하지 않는다. 여기서 A를 8로 하면 안된다.

이 계산으로부터 A가 4이고 B가 6일 때와 A가 9이고 B가 1일 때만 조건이 잘 맞는다는것을 알수 있다. 그러나 B를 1로 하면 BCA×B가 세자리수로 되고 문제의 GBDA는 나오지 않는다. 이것으로 A는 4이고 B는 6으로 결정된다.

```
    6C4         6C4
  ×  64       ×  64
  ─────       ─────
   F4E6        24E6
  G6D4        G6D4
  ─────       ─────
  GHFH6       GH2H6
```

이 결과를 문제의 곱하기에 넣은것이 오른쪽 우의 계산이다. 이로부터 C를 최대인 9로 하여도 F는 2이다. 이 결과도 넣으면 오른쪽 가운데계산으로 된다. 이로부터 C가 0, 1, 2의 어느 하나가 아니면 6C4×4의 계산이 잘 되지 않는다. 그러나 C를 0, 1, 2로 놓고 세자리수와 두자리수의 곱하기를 실지로 하면 C가 1일 때만 조건에 맞는다. 이리하여 처음의 곱하기는 아래와 같이 구해진다.

$$
\begin{array}{r}
614 \\
\times \ \ 64 \\
\hline
2456 \\
3684\ \\
\hline
39296
\end{array}
$$

해 답 11

먼저 5로 나누면 4가 남는다는 성질은 무시하고 9로 나누면 7이 남고 11 로 나누면 9가 남는다는 두 성질에만 관심을 돌린다. 그러면 어느것도 2를 더하면 나누어지는것으로 되므로 거기에 2를 더한 수는 99(=9 × 11)로 나누어진다. 이로부터 9로 나누면 7이 남고 11로 나누면 9가 남는 수는

$$9 \times 11 - 2=97$$

이든가 여기에 99를 몇개 더한 수이다. 그래서 500이하의 모든 수를 만들어보면

$$97+99=196$$

$$196+99=295$$

$$295+99=394$$

$$394+99=493$$

으로 된다. 이 수들은 어느것도 9로 나누면 7이 남고 11로 나누면 9가 남는 수이다. 그리하여 이것을 5로 나누고 그 나머지를 구하면 4로 되는것은 394뿐이다. 이리하여 5로 나누면 4가 남고 9로 나누면 7이 남고 11로 나누면 9가 남는 500이하의 수는 394로 된다. 또한 500보다 커도 된다면 394에 495(=5 × 9 × 11)을 몇개 더한 수가 모두 그렇게 될것이다.

해 답 12

먼저 534는 나누는 수의 몇배인가에 주목하여 534를 1, 2, 3, …, 9로 나누어본다. 그러면 꼭 나누어지는것은

$$534 \div 1 = 534$$

$$534 \div 2 = 267$$

$$534 \div 3 = 178$$

$$534 \div 4 = 89$$

인 4개뿐이다. 이 오른변을 몇배로 하여 그 적이 1□□로 되는것은 178뿐이다. 그리하여

의 화살표부분은 178로 된다. 이 178도 나누는 수를 몇배로 한것이지만 2배로 하여도 두자리수로 되고만다. 이로부터 178은 나누는 수 그자체로 된다. 그러면 □□□2는 나누는 수를 몇배로 한것이기때문에 간단히 1602로 결정된다.

이리하여 본래의 나누기는 아래와 같이 된다.

해 답 13

우의 두조의 수에 대하여 세로에 놓인 두수의 합을 보면 짝수가 11개, 홀수가 2개이다. 아래의 표는 이것을 그 밑에 〈짝수〉와 〈홀수〉로 표시하였다.

8	9	10	11	12	13	1	2	3	4	5	6	7
10	11	12	13	1	2	3	4	5	6	7	8	9
짝	짝	짝	짝	홀	홀	짝	짝	짝	짝	짝	짝	짝

11개의 〈짝〉에 대해서는 3번째 조의 수를 어떻게 놓는가에 따라 세로에 놓인 세 수의 합이 짝수가 6개이고 홀수가 5개이든가 홀수가 6개이고 짝수가 5개이든가 어느 하나로 된다. 이것은 짝수와 짝수의 합이 짝수이고 짝수와 홀수의 합이 홀수이라는 성질로부터 나온다. 또한 두개의 〈홀수〉에 대하여서는 그 아래의 세번째 조의 수가 홀수로 되게 놓으면 세로에 놓은 세수의 합은 어느것도 짝수로 된다. 아래의 표는 그렇게 놓은것으로서 우의 표의 11개의 〈짝〉에 대해서는 그안의 6개가 짝수로 되여있다.

8	9	10	11	12	13	1	2	3	4	5	6	7
10	11	12	13	1	2	3	4	5	6	7	8	9
9	10	11	12	13	1	2	3	4	5	6	7	8
홀	짝	홀	짝	짝	짝	짝	홀	짝	홀	짝	홀	짝

이리하여 세로에 놓인 세수에 대하여 그가운데서 8개의 합이 짝수로 되여있다. 이 8개가 가장 많다는것은 우의 설명에서 알수 있다.

해 답 14

일의 자리를 보지 못하고 놓친데로부터 작은쪽의 수는 대략 $\frac{1}{10}$로 줄어들지만 정확한것은 알수 없다. 그러나 대략 $\frac{1}{10}$인 수를 던다는것은 결과가 대략 $\frac{9}{10}$만큼 커진다는것이다. 그러므로 B의 답과 A의 답과의 차인

$$520-196=324$$

는 작은쪽의 수의 대략 $\frac{9}{10}$배이다. 이때 작은쪽의 수의 일의 자리의 수가 0이라면 작은쪽의 수는 정확히

$$324\div\frac{9}{10}=360$$

이다. 이 경우는 말끔히 나누어지므로 큰쪽의 수를 556(=360+196)이라고 하면 되는셈이다.

작은쪽의 수의 일의 자리의 수가 0이 아닐 때는 놓친 수는 1에서 9까지의 어느 한 수일것이다. 그러면 그 $\frac{1}{10}$은 0.1에서 0.9까지의 어느 하나이고 이것을 다시 324에서 던값이 작은쪽의 수인 $\frac{9}{10}$와 정확히 일치한다. 이 방법으로 계산하면 작은쪽의 수는

$$(324-0.1)\div\frac{9}{10}\approx359.89$$

에서

$$(324-0.9)\div\frac{9}{10}=359$$

사이에 들어간다. 이 사이에는 옹근수가 359만 있고 이것이 작은쪽의 수로 되고 이때의 큰쪽의 수는

$$359+196=555$$

이다.

해 답 15

합을 보면 일의 자리의 수는 5이다. 이로부터 △과 □을 더한 수는 5이든가 15이다. 그런데 5라고 하면 가장 높은 자리의 두자리의 수의 16이 나오지 않는다. 이리하여

△＋□＝15

로 결정된다.

이제 만의 자리의 수는 □이고 천과 백과 십의 세자리의 수는 0이고 일의 자리의 수는 △이라고 하고 아래의 계산을 생각한다.

□000△
＋) △000□
15 0015

이 결과는 150015이므로

163535－150015=13520

에 주의하면 가운데의 세자리의 수에 대해서는

▽○◇
＋) ◇○▽
1 3 5 2

로 될것이다. 그런데 일의 자리의 수인 2를 보면 ◇과 ▽합이 2이든가 12이다. 그러나 2라고 하면 가장 높은 자리의 두자리수의 13이 나오지 않는다. 이리하여

◇＋▽＝12

로 결정된다.

이제 백의 자리의 수는 ▽이고 십의 자리의 수는 ○이고 일의 자리의 수는 ◇라고 하고 아래의 계산을 생각한다. 이 결과가 1212이므로

▽○◇
＋) ◇○▽
1 2 1 2

에 주의하면 ◯를 2개 더한것이 14이다.

$$1352-1212=140$$

이로부터 본래의 다섯자리수의 백의 자리의 수는 7로 된다.

해답 16

A÷B를 D로 고쳐놓으면 첫번째 식은 다음과 같이 된다.

$$D\div C=5$$

이로부터 D는 C의 5배로 되고 D－C는 C의 4배(D=5×C이므로 D－C=4C)로 된다.

두번째 식에 있는 A÷B를 D로 놓으면

$$D-C=12$$

이므로 C는

$$C=12\div 4=3$$

으로 결정된다. 이로부터

$$D=3\times 5=15$$

로 되므로 D를 A÷B로 바꾸어놓으면

$$A\div B=15$$

이다. 이리하여 A는 B의 15배로 되고 A－B는 B의 14배이다.

여기서 세번째 식을 보면

$$A-B=84$$

이므로 B는

$$B=84\div 14=6$$

으로 결정된다.

그러면 A는 B의 15배이므로

$$A=6\times 15=90$$

으로 된다. 이것으로 A, B, C가 모두 결정되였다.

해 답 17

먼저 아래의 8에 주목한다. 그러면 그 바로 우에 있는 □안에는 7이거나 8이여야 한다. 여기서 아래와 같이 7을 써넣으면 잘 맞지 않는다는것을 인차 알수 있다. 한자리수와 한자리수의 곱하기에서 열의 자리가

7로 되는것은

$$8 \times 9 = 72$$

뿐이다. 이것을 써넣으면 2의 바로 우에 있는 □에 어떤 수를 써넣어도 72의 바로 아래가 88이 나오지 않기때문이다. 이리하여 8을 써넣으면 열의 자리가 8로 되는 한자리수끼리의 곱하기는

$$9 \times 9 = 81$$

뿐이다. 이 결과 곱하기의 일부는 아래와 같이 된다. 그러면 적(곱하기

의 답)은 일의 자리만 모르므로 실례로 가장 큰 수인 9

를 써넣어 88889를 9로 나누어본다. 그러면

$$88889 \div 9 = 9876 \cdots \text{나머지 } 5$$

로 되므로

$$88889 - 5 = 88884$$

가 곱하기의 답으로 된다.

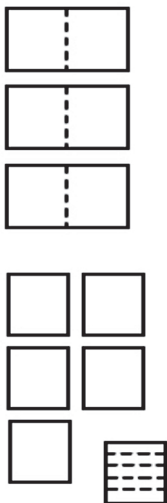
그다음은 □안에 알맞는 수를 차례로 찾아서 써넣으면 결과는 아래와 같이 된다.

해답 18

먼저 세개를 각각 두개씩으로 나눈다. 그러면 $\frac{1}{2}$짜리가 6개 생기는데 그가운데서 5개를 다섯사람에게 나누어준다. 그러면 1/2짜리가 하나 남으므로 이것을 다시 5개로 똑같이 나눈다. 그러면 1/10짜리가 5개 생기므로 그것을 다섯사람에게 나누어준다. 이리하여

$$3 \div 5 = 1/2 + 1/10$$

이 얻어진다.

다음의 4÷5는 좀 더 복잡하다.

먼저 네개를 각각 두개씩 똑같이 나눈다. 그러면 $\frac{1}{2}$짜리가 8개 생기므로 그가운데서 5개를 다섯사람에게 나누어준다. 이번에는 $\frac{1}{2}$짜리가 3개 남으므로 그것들을 다시 두개씩 똑같이 나눈다. 그러면 $\frac{1}{4}$짜리가 6개 생기므로 그가운데서 5개를 다섯사람에게 나누어준다. 여기서 $\frac{1}{4}$짜리가 하나만 남으므로 그것을 다시 5개로 똑같이 나눈다. 그러면 $\frac{1}{20}$짜리가 5개 생기므로 다섯사람에게 나누어준다. 이리하여

$$4 \div 5 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{20}$$

이 얻어진다. 또한 같은 방법으로

$$4 \div 5 = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10}$$

도 얻을수 있다.

해답 19

거꾸로 보아도 수가 되는것은 0, 1, 2, 5, 6, 8, 9의 7개이다. 이가운데서 0, 1, 2, 5, 8은 거꾸로 보아도 같은 수자이고 6과 9는 엇바꾸어진다.

이제 열의 자리에만 수자를 놓고 일의 자리는 공백으로 한 상태에서 거꾸로 본 수와의 차를 구하여본다. 그러면 열의 자리를 2로 했을 때는 아래그림과 같이 그 차는

$$20 - 2 = 18$$

로 된다. 마찬가지로

0 − 0=0, 10 − 1=9

20 − 2=18, 50 − 5=45, 60 − 9=51

80 − 8=72, 90 − 6=84

가 얻어진다. 또한 일의 자리에만 수자를 놓고 열의 자리는 공백으로 하여 거꾸로 본 수와의 차를 구하면

0 − 0=0, 1 − 10= − 9,

2 − 20= − 18 5 − 50= − 45,

6 − 90= − 84 8 − 80= − 72,

9 − 60= − 51

로 된다. 두자리수로 본래의 수와 거꾸로 본 수와의 차를 만들면 그것은 0, 9, 18, 45, 51, 72, 84의 어느 한 수자에 0, − 9, − 18, − 45, − 84, − 72, − 51의 어느 하나를 더한것으로 된다. 이것을 보면

52 − 25=27, 85 − 58=27

65 − 59=6,

91 − 16=75

가 얻어진다.

해답 20

○는 3의 곱절수이고 △은 4의 곱절수이므로 ○와 △이 동시에 표시되는것은 3과 4의 어느 수자에 대해서도 다 곱절수로 될 때이다. 이것은 12의 곱절수이므로 그것이 1에서 300까지사이에 몇개 있는가를 살펴본다.

그러면

300 ÷ 12=25

이므로 모두 25개 있다는것을 알수 있다.

다음으로 ○와 △이 나란히 있을 때를 생각하자. △은 4의 곱절수이므로 그 량쪽은 홀수이다. 이때 둘가운데서 어느 하나가 3의 곱절수이면 ○와 △은 나란히

있게 된다. 여기서 련이은 세개의 수를 임의로 고르면 그가운데서 하나는 꼭 3의 곱절수이라는데 주의한다. 그러면 제일 가운데있는 △이 3의 곱절수가 아니라면 한쪽 옆은 늘 3의 곱절수로 된다. 이리하여 △으로 표시한것가운데서 △과 ○가 동시에 표시된것을 빼면 된다.

그런데 4의 곱절수는 1에서 300까지사이에

$$300 \div 4=75(개)$$

있다. 이가운데서 3의 곱절수인것이 25개 있으므로 3의 곱절수로 되지 않는 4의 곱절수는

$$75-25=50(개)$$

이다. 이가운데서 어느 한쪽 옆에는 ○이므로 ○와 △이 서로 나란히 있는것은 50조로 된다. 또한 마지막 300에는 ○과 △이 동시에 표시된다. 그러므로 이 50개에는 300이 포함되지 않는다.

해답 21

12와 15로 나누어지는 수는 60으로도 나누어진다. 그리하여 60으로 나누어지는 다섯자리수를 보면 최소와 최대가

$$10020=60\times 167,\ 99960=60\times 1666$$

이므로 그 개수는

$$1666-(167-1)=1500(개)$$

이다. 다음으로 60으로도, 8로도 나누어지는 수는 120으로도 나누어지므로

$$10080=120\times 84,\ 99960=120\times 833$$

으로부터 그 개수는

$$833-(84-1)=750(개)$$

이다. 또한 60으로도, 50으로도 나누어지는 수는 300

으로도 나누어지므로

$$10200=300\times 34,\ 99900=300\times 333$$

으로부터 그 개수는

$$333-(34-1)=300(\text{개})$$

이다. 이로부터 12와 15로 나누어지고 8과 50으로 나누어지지 않는 다섯자리수는 모두

$$1500-(750+300)=450(\text{개})$$

로 될것 같지만 여기서는 8로도, 50으로도 나누어지는 수를 두번 더는것으로 된다. 그러므로 60으로도, 8로도, 50으로도 나누어지는 수를 보면 그것은 600으로도 나누어지므로

$$10200=600\times 17,\ 99600=600\times 166$$

으로부터 그 개수는

$$166-(17-1)=150(\text{개})$$

이다. 이리하여 구하려는 개수는 다음과 같이 된다.

$$450+150=600(\text{개})$$

해 답 22

$\langle A\rangle$는 1에서 9까지의 어느 한 수이므로 각각에 대하여 $\langle\langle A\rangle\times 17\rangle$을 계산하면

$\langle 1\times 17\rangle=\langle 17\rangle=8$, $\langle 2\times 17\rangle=\langle 34\rangle=7$,

$\langle 3\times 17\rangle=\langle 51\rangle=6$, $\langle 4\times 17\rangle=\langle 68\rangle=\langle 14\rangle=5$,

$\langle 5\times 17\rangle=\langle 85\rangle=\langle 13\rangle=4$, $\langle 6\times 17\rangle=\langle 102\rangle=3$,

$\langle 7\times 17\rangle=\langle 119\rangle=\langle 11\rangle=2$, $\langle 8\times 17\rangle=\langle 136\rangle=\langle 10\rangle=1$,

$\langle 9\times 17\rangle=\langle 153\rangle=9$,

로 된다. 이것이 $\langle A\rangle-1$과 같아지는 $\langle A\rangle$를 보면

$$\langle A\rangle=5$$

뿐이라는것을 알수 있다.

다음으로 A를 네자리수의 자연수라고 할 때

$$\langle A \rangle = 5$$

로 되는 제일 작은 수는 천의 자리에 1이 오기때문에 1004이다. 이로부터 매 자리수의 합이 5가 되게 하고 작은것부터 배렬해가면

1004, 1013, 1022, 1031, …

로 된다. 이리하여 세번째로 오는 수는 1022이다. 또한 마지막에 오는 수를 구하기 위하여 네자리수의 가장 큰 수에 대하여 ⟨A⟩를 보면

$$\langle 9999 \rangle = \langle 36 \rangle = 9$$

로 되므로 이로부터 4를 던 9995가 가장 큰 수이다.

해 답 23

12를 3×4로 보고

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

로 하면 된다. 이것은 4와 3의 차가 1이기때문이다. 그리하여 20, 30, 42, 56을 각각 두수의 적으로 나누고 그 차가 꼭 1로 되게 만들어본다. 그러면

$$20 = 4 \times 5,\ 30 = 5 \times 6$$

$$42 = 6 \times 7,\ 56 = 7 \times 8$$

로 되여 어느것이나 다 들어맞는다. 그리하여

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$$

과 같이 모두 고쳐쓰면

$$\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}+\frac{1}{56}=$$

$$=\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)+$$

$$+\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{7}\right)+\left(\frac{1}{7}-\frac{1}{8}\right)$$

로 된다. 그런데 잘 보면 처음과 마지막을 내놓은 분수는 모두 서로 없어진다. 이리하여

$$\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}+\frac{1}{56}=\frac{1}{3}-\frac{1}{8}=\frac{5}{24}$$

해답 24

먼저 짝수를 몇개 만들수 있는가를 생각하자. 일의 자리는 0이나 2이므로 두가지 경우로 나누어본다. 일의 자리가 0일 때는 백의 자리는 나머지카드가운데서 어느것이나 다 되므로 세가지이고 열의 자리는 나머지카드가운데서 어느 한 수자가 되므로 두가지이다. 이리하여 6가지(=3×2)의 수가 만들어진다. 일의 자리가 2일 때 백의 자리는 1이든가 3가운데서 어느 하나가 되므로 두가지이고 열의 자리는 나머지카드가운데서 어느 하나이므로 두가지이다. 이리하여 4가지(=2×2)의 수가 만들어지므로 앞의것과 합하면 10가지로 된다.

다음으로 홀수가 몇개 만들어지는가를 생각하자. 일의 자리는 1이든가 3이므로 두가지이고 백의 자리는 0을 내놓은 나머지가운데서 어느 하나이므로 두가지이고 열의 자리는 나머지카드가운데서 어느 하나이므로 두가지이다. 이리하여 모두 8가지의 수가 만들어진다. 이 8개의 수의 합은 다음과 같이 계산한다. 일의 자리는

1과 3이 네번씩이므로 그 합은

$$(1+3)\times 4=16$$

이다. 열의 자리는 백의 자리도 홀수일 때 0과 2가 두번씩이고 백의 자리가 2일 때는 0이 두번이고 1과 3이 한번씩이다. 그 합은

$$20\times 2+10+30=80$$

이다. 백의 자리는 일의 자리가 1일 때 2와 3이 두번씩이고 일의 자리가 3일 때는 2와 1이 두번씩이다. 그 합은

$$200\times 4+(100+300)\times 2=1600$$

이다. 이리하여 8개의 홀수의 합은

$$16+80+1600=1696$$

으로 된다.

해답 25

10×12×15로 나눈 상을 A라고 하면 10으로 나눈 상은 A의 12×15배이고 12로 나눈 상은 A의 10×15배, 15로 나눈 상은 A의 10×12배이다. 그러므로 10, 12, 15로 나눈 상의 비를 구하면

$$12\times 15:10\times 15:10\times 12=6:5:4$$

로 된다. 그런데 이 세 수로 나눈 상의 합은 1365이므로 10으로 나눈 상은

$$1365\times \frac{6}{6+5+4}=546$$

이고 12로 나눈 상은

$$1365\times \frac{5}{6+5+4}=455$$

이고 15로 나눈 상은

$$1365\times \frac{4}{6+5+4}=364$$

이다. 이리하여 본래의 수는 546을 10배 하여도, 455를 12배 하여도, 364를 15배 하여도 나온다. 이 수는

$$546 \times 10=455 \times 12=364 \times 15=5460$$

으로 된다.

해답 26

(1)에서는 $\frac{6}{11}$과 $\frac{5}{9}$를 통분하면

$$\frac{6}{11}=\frac{54}{99}, \frac{5}{9}=\frac{55}{99}$$

이다. 그런데 이 분자들과 109를 비교하면 54와 55를 각각 2배한 108과 110사이에 꼭 109가 끼워있다는것을 알수 있다. 이리하여

$$\frac{6}{11}=\frac{108}{198}<\frac{109}{198}<\frac{110}{198}=\frac{5}{9}$$

로 되고 구하려는 수는 198이다. 그리고 이로부터 분모는 197과 199라도 된다는것을 알수 있다.

(2)에서는 $\frac{12}{29}$와 $\frac{29}{70}$를 통분하면

$$\frac{12}{29}=\frac{840}{2030}, \quad \frac{29}{70}=\frac{841}{2030}$$

이다. 그러면 이가운데서 한쪽 분자인 840은

$$840 \div 70=12$$

로 되여 70의 곱절수라는것을 알수 있다. 그러므로 2030을 12로 나누고 그 나머지를 보면

$$2030 \div 12=169 \cdots \text{나머지 } 2$$

이다. 이 나머지는 그리 크지 않으므로 구하려는 분수를 $\frac{70}{169}$이라고 하면

$$\frac{70}{169}-\frac{12}{29}=\frac{2}{4901}$$

$$\frac{29}{70}-\frac{70}{169}=\frac{1}{11830}$$

로 되고 문제의 조건을 만족시킨다. 이로부터 구하려는 수는 169이다.

해 답 27

작은 수로부터 순서대로 생각하자. 2는 1+1로 나누면 적이 1로 되므로 그대로 둔다. 3은 1+2로 나누면 적은 2로 되므로 역시 그대로 둔다.

4는 2+2로 나누면 적이 4로 되므로 나누어도 나누지 않아도 같다. 5는 2+3으로 나누면 적이 6으로 되므로 나눈쪽이 커진다. 꼭 같은것은 2와 나머지수로 나눔으로써 6이상의 모든 수에 대해서도 말할수 있다. 이것은 나머지의 수의 2배가 본래의 수보다 크기때문이다. 이리하여 5이상의 수는 2와 3의 합으로 나누면 그 적을 보다 크게 할수 있다.

그런데 6을 2+2+2로 나누면 적은 8로 되고 3+3으로 나누면 적은 9로 된다. 그러므로 2와 3의 합으로 나눌 때 2가 3개이상 포함되여있으면 3개씩을 3+3으로 바꾸는것이 더 커진다.

이리하여 어떤 옹근수가 주어졌을 때 그것을 될수록 많은 3의 합으로 나누고 마지막에 1이 남았을 때만 3+1을 2+2로 바꾸면 적은 보다 커진다. 이로부터 10은

$$10=3+3+2+2$$

$$3\times 3\times 2\times 2=36$$

으로 되고 20은

$$20=3+3+3+3+3+3+2$$

$$3\times 3\times 3\times 3\times 3\times 3\times 2=1458$$

로 된다.

해답 28

세자리수는 5로 나누어지므로 일의 자리의 수자는 0이든가 5이다. 또한 아래 두자리수자를 엇바꾸면 2의 곱절수로 되므로 십의 자리의 수자는 0, 2, 4, 6, 8 가운데서 어느 하나이다.

$$\left.\begin{matrix}2\\4\\6\\8\end{matrix}\right\}-0$$

그렇지만 아래 두자리수자를 엇바꾸면 본래의 수자보다 작아지므로 십의 자리의 수자와 일의 자리의 수자의 무이는 다음의 그림과 같이 된다.

$$\left.\begin{matrix}6\\8\end{matrix}\right\}-5$$

↑ ↑
⋮ ⋮
십의 자리의 수   십의 자리의 수

다음으로 매 자리의 수의 합은 9의 곱절수이므로 오른쪽 표의 무이의 매개에 대하여 합이 9의 곱절수로 되게 백의 자리의 수자를 더해본다. 그러면 매 무이에 대하여 백의 자리의 수자가 하나씩 결정되고 아래와 같이 된다.

7 — 2 ⎫
5 — 4 ⎬ —0
3 — 6 ⎪
1 — 8 ⎭
7 — 6 ⎫
5 — 8 ⎭ — 5

↑ ↑ ↑
⋮ ⋮ ⋮
백 십 일
의 의 의

자 자 자
리 리 리
의 의 의

수 수 수

이가운데서 우의 두자리수를 엇바꾸었을 때 본래수보다 커지는것은

360, 180, 585

의 세개뿐이다.

해 답 29

A, B, C, D, E인 5개의 수의 평균이 33이므로 이 수들의 합은

$$A+B+C+D+E=33\times 5=165$$

이다. 또한 큰쪽의 네개의 수의 평균은 34이므로 이 수

들의 합은

$$B+C+D+E=34\times4=136$$

이다. 이로부터 제일 작은 수인 A는

$$A=165-136=29$$

로 결정된다. 마찬가지로 작은쪽의 네개의 수의 합은

$$A+B+C+D=31\times4=124$$

이다. 이로부터 제일 큰 수인 E는

$$E=165-124=41$$

로 결정된다. 그러면 가운데의 세개의 수의 합은

$$B+C+D=165-(29+41)=95$$

인데 B는 29보다 크고 D는 41보다 작은 수로 되여야 한다. 이제 B를 31로 하면 C는 아무리 작아도 32, D는 아무리 작아도 33이다. 그러면

$$31+32+33=96$$

으로 되여 우의 95보다 커진다. 그러므로 B는 30이여야 한다. 그러면

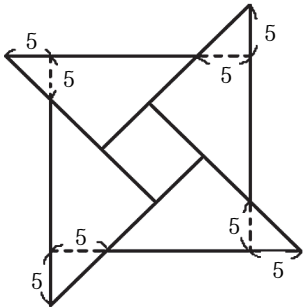
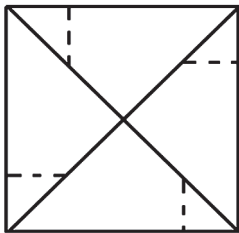
$$C+D=95-30=65$$

로 되는데 C는 B보다 크므로 C가 31이고 D가 34이든가 C가 32이고 D가 33이든가 어느 하나이다. 이가운데서 C가 짝수로 되는것은 32일 때이고

$$A=29,\ B=30,\ C=32,\ D=33,\ E=41$$

로 결정된다.

해답 30

왼쪽 그림과 같이 두 변의 길이가 각각 5㎝씩인 직각2등변3각형을 색종이의 네 모서리에 덧붙여본다. 그러면 작은 바른4각형을 둘러싼 네개의 큰 직각2등변3각형이 생기는데 이 빗변의 길이는 색종이의 한변의

길이와 같다. 이로부터 이 4개의 큰 직각2등변3각형을 리용하여 왼쪽 그림과 같이 색종이와 같은 크기의 바른4각형을 만들수 있다. 그러면 가운데에 있는 작은 바른4각형이 남는데 이 면적은 덧붙인 네개의 작은 직각2등변3각형의 면적과 같을것이다.

작은 직각2등변3각형의 한 변의 길이는 5㎝이므로 그 면적은

$$\frac{5\times5}{2}=12.5(\text{cm}^2)$$

이다. 이것을 4개 더하면

$$12.5\times4=50(\text{cm}^2)$$

이므로 색종이의 가운데에 있는 작은 바른4각형의 면적도 50㎝² 이다. 바로 이 문제는 색종이 그자체의 크기를 아무렇게나 바꾸어도 된다는데 흥미가 있다.

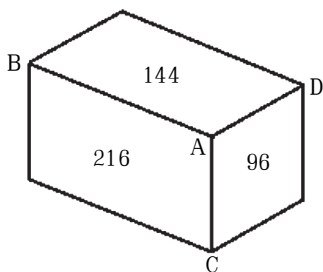
해답 31

왼쪽 직4각형의 면적은

$$AB\times AC=216(\text{cm}^2)$$

이고 오른쪽 직4각형의 면적은

$$AC\times AD=96(\text{cm}^2)$$

이다. 이 두개를 곱하면

$$(AB \times AC) \times (AC \times AD) =$$
$$= 216 \times 96 = 20736$$

으로 된다. 그런데 웃쪽 면적은 AB × AD˙ =144 cm^2 이므로 20736 을 144 로 나누면

$$AC \times AC = 20736 \div 144 = 144(\mathrm{cm}^2)$$

로 될것이다. 여기서 144 를 같은 두 수의 적으로 나누면 12 × 12 로 된다. 이것으로 변 AC의 길이는 12㎝로 결정된다. 그러면

$$\frac{AB \times AC}{AC} - \frac{216}{12} = 18$$

로부터 변 AB의 길이는 18㎝로 된다. 또한

$$\frac{AC \times AD}{AC} = \frac{96}{12} = 8$$

로부터 변 AD의 길이는 8㎝로 된다.

역시 216 과 96 과 144 의 3 개를 곱하여

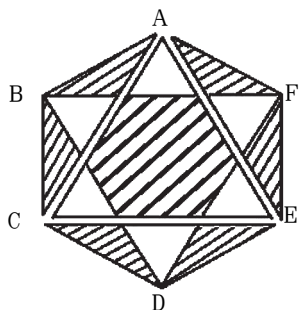
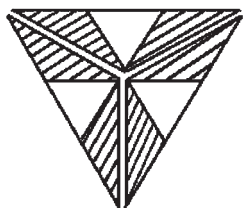
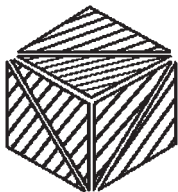
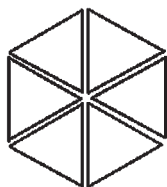
$$(AB \times AC \times AD) \times (AB \times AC \times AD)$$
$$= 216 \times 96 \times 144 = 2985984 = 1728 \times 1728$$

로 하고 이로부터

$$AB = \frac{AB \times AC \times AD}{AC \times AD} - \frac{1728}{96} = 18(\mathrm{cm})$$

로 하는 방법도 있지만 계산이 시끄럽다.

해 답 32

왼쪽 그림과 같이 가운데에 있는 바른3각형에서 바깥쪽 부분을 떼낸다. 이 바깥쪽에 있는 3개를 합하면 그 아래의 그림과 같이 방향이 거꾸로인 크기가 같은 바른3각형이 생긴다. 이로부터 바른3각형 ACE의 면적은 본래의 큰 바른6각형의 면적의 $\frac{1}{2}$이다.

다음으로 빗선부분의 면적의 합을 구하기 위하여 먼저 빗선을 치지 않은 6개의 바른3각형을 그림과 같이 련결한다. 이것은 바른6각형인데 빗선을 친 가운데에 있는 작은 바른6각형과 크기가 같다. 또한 바깥쪽의 6개의 무딘각2등변 3각형에 대해서도 왼쪽 그림과 같이 련결한다. 그러면 이것도 같은 크기의 바른6각형으로 된다. 이리하여 본래의 큰 바른6각형은 크기가 같은 3개의 바른6각형으로 나누어졌다.

이가운데서 두개는 빗선을 친것이고 하나는 빗선을 치지 않은것이므로 빗선을 친 부분의 면적의 합은 본래의 큰 바른4각형의 $\frac{2}{3}$로 된다.

해 답 33

오른쪽 그림에서 빗선을 친 매 부분의 면적을 계산하고 이것을 전체 직4각형의 면적에서 덜면 구하려는 3각형의 면적으로 된다.

먼저 A로 표시한 오른쪽 아래의 3각형의 면적은 밑변의 길이가 16㎝이고 높이가 10㎝인 직각3각형이므로

$$\frac{16\times10}{2}=80(\text{cm}^2)$$

이다. 같은 방법으로 B로 표시한 직4각형의 면적은

$$3\times6=18(\text{cm}^2)$$

C로 표시한 직각3각형의 면적은

$$\frac{6\times7}{2}21(\text{cm}^2)$$

D로 표시한 직각3각형의 면적은

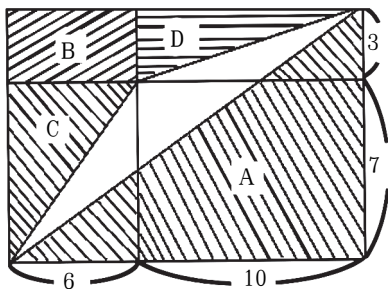
$$\frac{10\times3}{2}=15(\text{cm}^2)$$

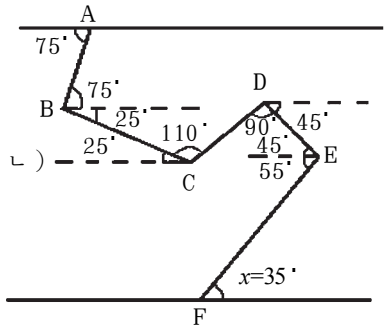
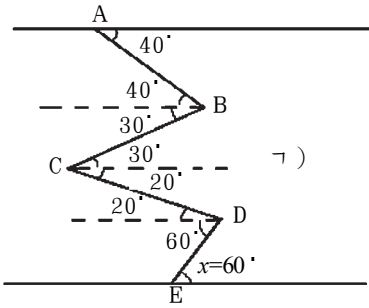
이다. 이것들의 합계는

$$80+18+21+15=134(\text{cm}^2)$$

이므로 가운데의 3각형의 면적은

$$16\times10-134=26(\text{cm}^2)$$

로 된다.

해 답 34

그림(ㄱ)에 대해서는 A, B, C, D, E의 다섯점을 오른쪽 그림과 같이 정하고 B, C, D의 세점으로부터 평행선을 점선으로 긋는다. 그러면 평행선에 대하여 마주 향한 각이 같다는데로부터 점 B의 70°는 40°와 30°로 나누어지고 점 C의 50°는 30°와 20°로 나누어지고 점 D의 80°는 20°

와 60°로 나누어진다. 이리하여 점 E의 x는 60°로 된다.

그림(ㄴ)에 대해서는 A, B, C, D, E, F의 여섯점을 왼쪽 그림과 같이 정하고 B, C, D, E의 네점으로부터 평행선을 점선과 같이 긋는다. 그러면 점 B의 100°는 75°와 25°로 나누어지고 점 C에 25°의 각이 생기고 110°와의 합이 135°로 된다. 이 135°가 점 D에서 90°와 45°로 나누어지고 점 E의 100°는 45°와 55°로 나누어진다. 이리하여 점 F의 x는 55°로 된다.

역시(ㄱ)에 대해서는 왼쪽으로부터 오른쪽으로 향한 각(점 B의 70°와 D의 80°)의 합과 오른쪽으로부터 왼쪽으로 향한 각(점 A의 40°와 점 C의 50°, 점 E의 60°)의 합이 같아지므로 이 관계로부터 x의 각을 구할수도 있다.

해답 35

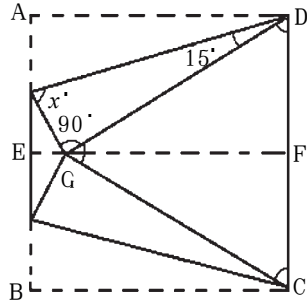
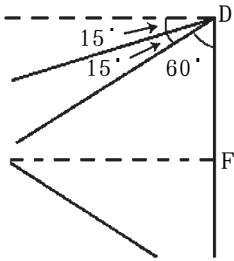
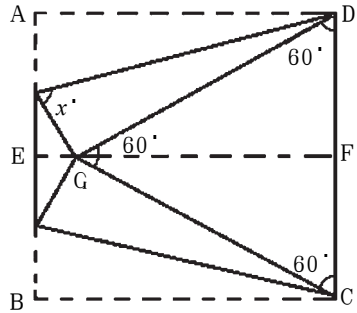
바른4각형의 색종이를 접었으므로 GC와 GD는 다 색종이의 한변의 길이로 된다. 그러므로 3각형 GCD는 바른3각형이고 그림에 표시한 세개의 각은 60°이다.

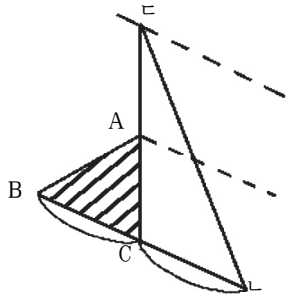
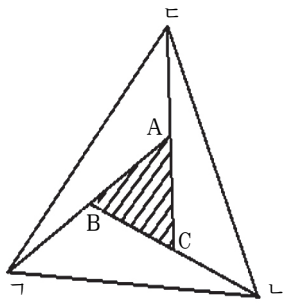
색종이의 네모서리는 90°이므로 D의 세개의 각은 오른쪽 그림의 값으로 된다. 여기서 15°가 두개 생긴것은 똑같은 각으로 접어놓았기때문이다.

이리하여 접어진 웃쪽의 3각형에 대해서는 D점이 15° 이고 G점이 90°(접은 종이의 모서리로 되여있다.)로 된다. 3각형의 아낙각의 합은 180° 이므로

$x=180-(90+15)=75$

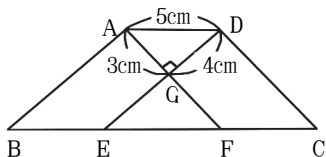
로 된다.

이렇게 x의 각을 간단히 계산할수 있다.

해답 36

문제의 그림에서 일부를 떼내여 3각형 ABC와 3각형 ㄷCㄴ의 면적을 비교해본다. 매개 3각형의 밑변을 BC, Cㄴ로 하면 변 BC를 2배로 늘군 점이 ㄴ이므로 두개의 밑변의 길이는 같다. 또한 A와 ㄷ를 지나서 변 BC와 평행인 직선(그림에서 두

개의 점선)을 그으면 변 CA를 2배로 늘군 점이 ㄷ이므로 변 BC와의 너비는 ㄷ를 지나는 직선쪽이 A를 지나는 직선의 2배로 된다. 이리하여 밑변의 길이는 같고 높이는 2배로 되므로 3각형 ㄷCㄴ의 면적은 3각형 ABC의 면적의 2배로 된다.이것과 꼭같은 리유로 3각형 ㄱAㄷ의 면적과 3각형 ㄴBㄱ의 면적도 3각형 ABC의 면적의 2배로 된다. 이리하여 3각형 ㄱㄴㄷ안에는 본래의 3각형 ABC외에 그 면적의 2배인 3각형이 3개 포함되므로 전체로서는 3각형 ABC의 면적의 7배(=2×3+1)의 3각형으로 된다.

이 문제는 어려운 문제라기보다도 묘한 문제라는 느낌을 준다.

해 답 37

평행4변형 ABCD의 밑변을 DE로 하면 높이는 AG이다. 이 면적은 36㎠이므로 DE의 길이는 12㎝이고 AB의 길이도 12㎝이다. 또한 두개의 평행4변형 ABED와 AFCD의 밑변을 AD라고 하면 높이는 같다. 이로부터 평행4변형 AFCD의 면적도 36cm² 로 되고 AF와 DC는 9㎝(=36÷4)이다.

다음으로 3각형 GDA와 3각형 GEF를 비교하면 3개의 아낙각은 각각 같으므로 같은 모양의 닮음형으로 된다. GF는 6㎝(=9－3)이므로 EF

는 AD의 2배인 10㎝이다. 이리하여 4각형 ABCD의 둘레의 길이는

$$AB+BC+CD+DA=12+15+10+5+9+5=46(\text{㎝})$$

로 되고 3각형 GEF의 둘레의 길이는

$$GE+EF+GF=(12-4)+10+6=24(\text{㎝})$$

로 된다. 또한 3각형 GEF의 면적은

$$\frac{GE \times GF}{2} = \frac{8 \times 6}{2} = 24(\text{cm}^2)$$

이고 3각형 AGD의 면적은

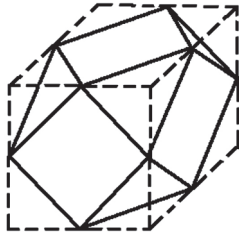
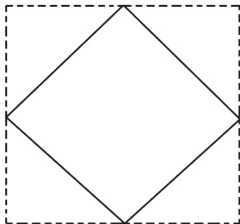
$$\frac{AG \times GD}{2} = \frac{3 \times 4}{2} = 6(\text{cm}^2)$$

이므로 4각형 ABCD의 면적은

$$36+24+(36-6)=90(\text{㎠})$$

로 된다.

해 답 38

바른6면체의 한개 면을 생각하면 왼쪽 그림과 같이 잘라낼수 있으므로 남은 면은 바른4각형이다. 이것은 바른6면체의 어느 면에 대해서도 같으므로 3각추를 잘라낸 립체의 매 변은 모두 길이가 같다. 이리하여 잘라낸 꼭두점에서는 바른3각형이 생기고 본래의 바른6

면체의 면에는 바른4각형이 생긴다. 이로부터 새로 생긴 바른6면체는 오른쪽 그림과 같이 된다.

이 립체의 꼭두점은 본래의 바른6면체의 웃면과 아래면에 4개씩, 옆면의 4개의 변의 가운데에 하나씩이므로 모두 12개이다. 또한 이 립체의 변은 본래의 바른6면체의 매 변에 4개씩 있으므로 모두 24개(=4 × 6)이다.

이 립체의 면에 대해서는 꼭두점을 잘라버린 8개소에 하나씩의 바른3각형이 생기고 바른6면체의 매 면에 남은 부분에 하나씩의 바른4각형이 생기므로 8개의 바른3각형과 6개의 바른4각형으로 된다.

이 립체가 아르키메데스의 준바른다면체라고 부르는 립체의 하나이다.

해 답 39

네 점 F, G, H, I를 왼쪽 그림과 같이 정하면 빗선을 친 3개의 3각형은 다 3각형 ABC와 닮음형이므로

$$\frac{DE}{PE}=\frac{PI}{HI}=\frac{FP}{GP}=\frac{AC}{BC}=\frac{27}{36}=\frac{3}{4}$$

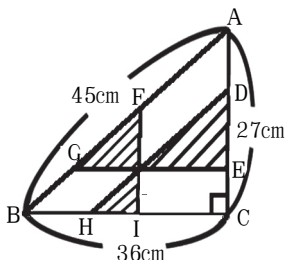
이다. 또한

$$AD:DE:EC=3:4:2$$

$$AD+DE+EC=27(㎝)$$

이므로 AD=9㎝, DE=12㎝, EC=6㎝이다. 더우기 EPIC는 직4각형이고 AFPD는 평행4변형이라는데로부터

$$PI=EC=6(㎝)$$

$$FP=AD=9(㎝)$$

이다. 이로부터

$$PE=DE\times\frac{4}{3}=12\times\frac{4}{3}=16(cm)$$

$$HI=PI\times\frac{4}{3}=6\times\frac{4}{3}=8(cm)$$

$$GP=FP\times\frac{4}{3}=9\times\frac{4}{3}12(cm)$$

로 되고 빗선을 친 3개의 3각형의 면적의 합은

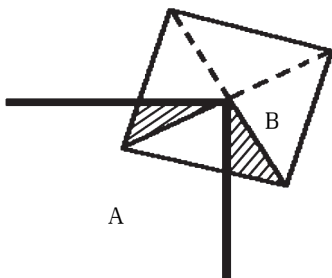
$$\frac{16\times12}{2}+\frac{8\times6}{2}+\frac{12\times9}{2}=174(cm^2)$$

로 된다.

해답 40

바른4각형 B를 중심으로 하여 전체를 조금 확대하면 아래 그림과 같이 된다. 이때 A와 B가 바른4각형이므로 빗선을 친 두개의 3각형은 B의 대각선의 사귐점을 중심으로 하여 90°만큼 회전한것으로 되여있다. 이리하여 A와 B가 겹친 부분의 면적은 B의 대각선의 사귐점이 A의 하나의 꼭두점에 겹치는 한 언제나 B의 면적의 $\frac{1}{4}$이다. 그러면 A의 면적의 $\frac{1}{9}$과 B의 면적의 $\frac{1}{4}$이 같아지고 A와 B의 면적의 비는 9:4이다. 이것을 변의 길이의 비로 고치면 어느것이나 바른4각형이므로

3:2

로 된다.

다음으로 A의 대각선의 사귐점이 B의 하나의 꼭두점과 겹치면 겹친 부분의 면적은 앞의것과 마찬가지로 A의 면적의 $\frac{1}{4}$이다. 그런데 B의 면적은 A의 면적의 $\frac{4}{9}$이므로 겹친 부분의 면적은 B의 면적의

$$\frac{1}{4} \div \frac{4}{9} = \frac{9}{16}$$

로 된다. 얼핏보면 애매한것 같이 보이지만 정확히 풀린다는데 이 문제의 재미가 있다.

해답 41

변 AB의 가운데점을 F로 정하고 E와 F를 왼쪽 그림의 점선과 같이 련결한다. 그러면 E, F는 각각 변 DC, AB의 가운데점이므로 FE의 길이는 변 AD와 변 BC의 길이의 평균으로 되고

$$FE = \frac{10+36}{2} = 23(\text{cm})$$

로 된다. 또한 변 AD와 변 FE는 평행이므로 사다리형 AFED의 면적은

$$\frac{(AC+FE)\times AF}{2} = \frac{(10+23)\times 10}{2} = 165(\text{cm}^2)$$

이다. 한편 본래의 사다리형 ABCD의 면적은

$$\frac{(AD+BD)\times AB}{2} = \frac{(10+36)\times 20}{2} = 460(\text{cm}^2)$$

이고 이 절반은 230cm^2 (=460 ÷ 2)이다. 이로부터 3각형 EFP의 면적이

$$230 - 165 = 65(\text{cm}^2)$$

로 되게 P의 위치를 정하면 되는데 이것은

$$\frac{FP \times EF}{2} = \frac{BP \times 23}{2} = 65$$

라는데로부터

$$FP = \frac{65 \times 2}{23} = 5\frac{15}{23} \text{ (㎝)}$$

로 된다. 이로부터 PB의 길이는 $4\frac{8}{23}$㎝이다.

해 답 42

원의 면적은

원의 면적＝반경×반경×원둘레률

로 계산하지만 여기서는 면적의 비만을 생각하므로 늘 곱하는 원둘레률을 생략하고 반경×반경으로 해도 같다. 그러므로 원둘레률을 곱하는것은 생략한다. 계산을 쉽게 하기 위하여 AC의 길이를 2로 하면 AD의 길이는 6으로 되고 AB의 웃쪽에 있는 R의 면적은

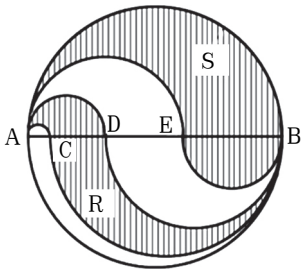
$$(3 \times 3 - 1 \times 1) \div 2 = 4$$

로 된다. 또한 BC의 길이는 18이고 BD의 길이는 14로 되므로 AB의 아래쪽에 있는 R의 면적은

$$(9 \times 9 - 7 \times 7) \div 2 = 16$$

이다. 이리하여 R의 전체 면적은 20(=4+16)으로 된다.

다음으로 AB의 길이는 20, AE의 길이는 12로 되므로 AB의 웃쪽에 있는 S의 면적은

$$(10 \times 10 - 6 \times 6) \div 2 = 32$$

이다. 또한 EB의 길이는 8이므로 AB의 아래쪽에 있는 S의 면적은

$$4 \times 4 \div 2=8$$

이다. 이리하여 S의 전체 면적은 40(=32+8)로 된다.

R의 면적은 20, S의 면적은 40으로 되므로 이 비는

$$20:40=1:2$$

로 된다. 이것은 놀라울 정도로 간단한 비이다.

해답 43

이 바른4각형의 면적은

$$5 \times 5=25(\text{cm}^2)$$

이다. 또한 빗선부분을 내놓은 4개의 직각3각형의 면적은 각각 왼쪽 아래모서리=3.5cm², 왼쪽 웃모서리=2.25cm², 오른쪽 웃모서리는=4cm²이고 오른쪽 아래모서리=1cm²이다. 이로부터 빗선부분의 면적은

$$25-(3.5+2.25+1)=14.25(\text{cm}^2)$$

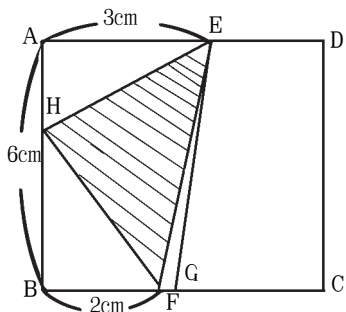
로 되고 그 절반은

$$14.25 \div 2=7.125(\text{cm}^2)$$ 이다.

여기서 왼쪽 그림과 같이 변 BC우에서 꼭두점 B로부터 2㎝인 점을 F라고 하면 사다리형 ABFE의 면적은

$$\frac{(3+2)\times 5}{2}=12.5(\text{cm}^2)$$

이다. 이로부터 3각형 EHF의 면적은

$$12.5-(3.5+2.25)=6.75(\text{cm}^2)$$

로 되고 빗선부분의 면적의 절반인 7.125㎠보다 0.375㎠ (=7.125 − 6.75)만큼 작아진다. 그러므로 3각형 EFG의 면적이 0.375㎠로 되게 하면 직선 EG는 빗선부분의 면적을 2등분한다. 3각형 EFG의 높이는 5㎝이므로

$$FG=(0.375 \div 5) \times 2=0.15\ ㎝$$

로 되고 꼭두점 B로부터의 거리는 2.15㎝(=2+0.15)로 된다.

해 답 44

평행4변형을 대각선으로 가르면 왼쪽 그림과 같이 같은 모양의 두개의 3각형이 생긴다.

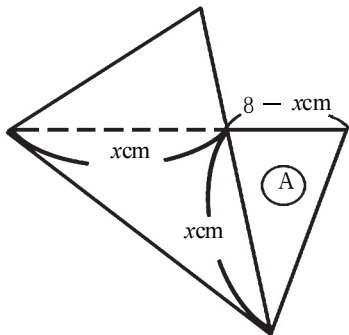
그러므로 평행4변형을 대각선으로 접으면 좌우에 접어진 두개의 같은 3각형이 생긴다. 이 전체 도형은 대각선을 수평위치에 맞추어놓았을 때 좌우가 대칭이다. 그러므로 그림의 한쪽 길이가 x㎝라면 다른 한쪽도 x㎝이다.

이로부터 3각형 A의 밑변은 $8-x$㎝이다.

3각형 A의 높이는 본래의 평행4변형의 높이와 같으므로 면적이 평행4변형의 면적의 $\frac{1}{5}$이라는것은 $8-x$의 길이가

$$(8 \times 2) \times \frac{1}{5} = \frac{16}{5}\ ㎝$$

라는것으로서 x는

$$8 - \frac{16}{5} = 4\frac{4}{5} = 4.8(㎝)$$

로 된다.

이 문제에서는 도형을 접는다는 의미를 생각하는것이 중요하다.

해답 45

사다리형의 면적은 웃변과 밑변을 더한것에 높이를 곱하고 그것을 2로 나눈것이므로

$$\text{사다리형 ABCD의 면적}=\frac{(3+7)\times 3}{2}=15(\text{cm}^2)$$

이다. 이 절반은 7.5cm^2(=15 ÷ 2)이므로 3각형 BCE의 면적을 7.5㎠로 하면 된다. 여기서 먼저 3각형 BCD의 면적을 구하는것을 생각한다.

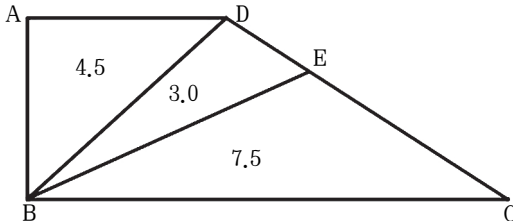
3각형 ABD의 면적은

$$\frac{3\times 3}{2}=4.5\ (\text{cm}^2)$$

이므로

$$\text{3각형 BCD의 면적}=15-4.5=10.5(\text{㎠})$$

이다. 그러므로 3각형 BCE의 면적을 7.5cm^2로 하려면 3각형 BED의 면적을 3.0cm^2 (=10.5 − 7.5)로 하면 된다.

이제 3각형 BCE의 밑변을 CE, 3각형 BED의 밑변을 ED라고 하면 그 높이는 알수 없으나 같다. 이로부터 3

각형 BCD의 면적은 7.5:3.0으로 나눈다는것은 길이가 5㎝인 밑변 CD를 7.5:3.0으로 나눈다는것과 같다. 이리하여

$$CE\text{의 길이} = 5 \times \frac{7.5}{7.5+3.0} = 3\frac{4}{7}(㎝)$$

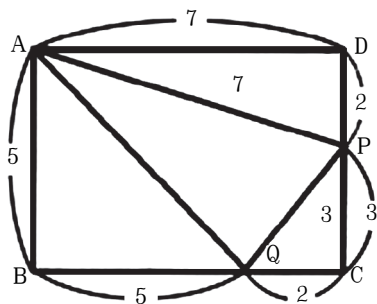
로 된다.

해 답 46

두변 DP, PC의 비를 알고있으므로 이 길이를 가령 2㎝, 3㎝로 정한다. 그러면 3각형 APD의 면적이 7cm^{2}라는데로부터

$$\frac{AD \times DP}{2} = \frac{AD \times 2}{2} = 7$$

로 되고 변 AD의 길이는 7㎝로 된다. 또한 3각형 PQC의 면적이 3cm^{2}라는데로부터

$$\frac{QC \times CP}{2} = \frac{QC \times 3}{2} = 3$$

으로 되고 변 QC의 길이는 2㎝로 된다. 그러면 변 BQ의 길이는 5㎝로 되고 매 부분의 길이는 아래의 그림과 같이 결정된다. 이 값은 DP와 PC를 각각 2㎝, 3㎝로 했을 때의 값인데 다른 값에 대해서도 세로와 가로의 비률이 변할뿐이고 면적에는 영향을 주지 않는다.

이리하여 3각형 ABQ의 면적은

$$\frac{AB \times BQ}{2} = \frac{5 \times 5}{2} = 12.5\,(\mathrm{cm}^2),$$

직 4각형 ABCD의 면적은

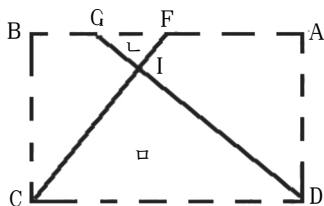
$$AB \times AD = 5 \times 7 = 35(\mathrm{cm}^2)$$

로 되므로 3각형 APQ의 면적은

$$35 - (7+3+12.5) = 12.5(\mathrm{cm}^2)$$

로 된다.

해답 47

오른쪽 그림과 같이 두개의 3각형 ㄴ와 ㅁ를 따로 그린다. 이 두 3각형은 변 BA와 변 CD가 평행이므로 크기는 달라도 모양이 같은 닮음형이다. 그러므로 대응하는 두 변의 길이의 비는 같아지고 FC와 GD의 사귐점을 I라고 하면

$$\frac{FI}{IC} = \frac{GI}{ID} = \frac{GF}{CD} = \frac{1}{4}$$

이다. 이리하여

$$IC = FI \times 4$$

$$ID = GI \times 4$$

로 된다. 그러면 이 두 3각형의 밑변을 GF, CD라고 하면 높이도 응당 4배이므로 면적은 16배이다. 이제 ㄴ의 3각형의 면적을 ㉡와 같이 표시하면

㉤ = ㉡ × 16

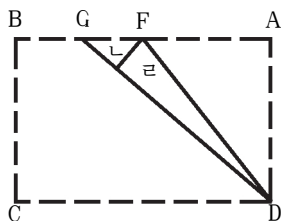
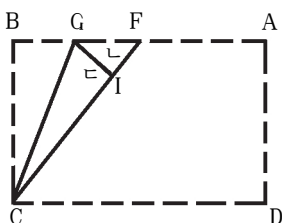
으로 쓸수 있다.

다음으로 두 3각형ㄴ와 ㄷ를 따로 떼내여 그린다. 이 면적을 알아보기 위하여 밑변을 각각 FI, IC로 하면 높이는 어느것이나 같다. 그러므로 ㄴ와 ㄷ의 면적은 밑변 FI, IC의 길이에 비례하고

$$IC=FI \times 4$$

인 관계에 주의하면

㉢ = ㉡ × 4

로 된다.

같은 방법으로 다음은 두 3각형ㄴ와 ㄹ를 따로 그린다. 이번에는 밑변을 각각 GI, ID라고 하면 높이는 어느것이나 같다. 또한 밑변 GI, ID사이에는

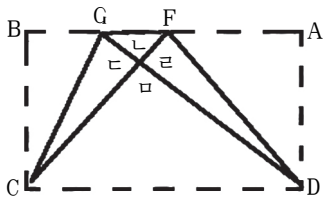
$$ID=GI \times 4$$

인 관계가 있으므로

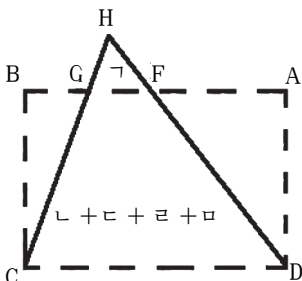
㉣ = ㉡ × 4

로 된다. 다음으로 오른쪽 그림과 같이 사다리형 GCDF의 면적을 생각한다. 이것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ의 4개의 3각형을 더한것이므로 간단하다. 앞에서 구한 결과로부터 ㉡의 몇배로 되는가를 계산하면

사다리형 GCDF의 면적=
=㉡+㉢+㉣+㉤=㉡+㉡×4+㉡×4+
+㉡× 16=㉡× 25

로 된다.

마지막으로 3각형 ㄱ와 ㄴ의 관계를 보기 위하여 GC와 FD의 사귐점을 H라고 하고 두 3각형 HGF와 HCD를 그림과 같이 따로 그린다. 그러면 BA와 CD가 평행이므로 이 두 3각형도 닮음형이다. 변 CD는 변 GF의 4배이므로 ㄴ와 ㅁ인 3각형을 비교할 때와 같이

3각형 HCD의 면적 =㉠× 16

으로 된다. 그런데 3각형 HCD는 3각형 ㄱ와 사다리형 GCDF를 더한것이므로

사다리형 GCDF의 면적 =㉠× 15

로 된다. 그러면 사다리형 GCDF의 면적은 ㉡의 25배이므로 ㄱ의 면적은

$$㉠ = ㉡ \times \frac{25}{15} = ㉡ \times \frac{5}{3}$$

로 된다. 이상의 결과들을 묶으면

㉤ =㉡× 16

㉢ =㉡× 4

㉣ =㉡× 4

$$㉠ = ㉡ \times \frac{5}{3}$$

로 된다. 이로부터 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ인 5개의 3각형에

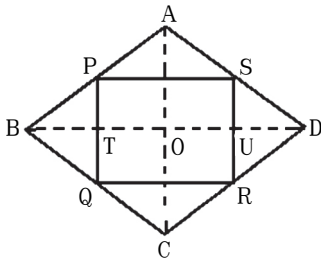
대한 면적의 비는

$$\frac{5}{3}:1:4:4:16$$

으로 되고 모두들 3배하면

$$5:3:12:12:48$$

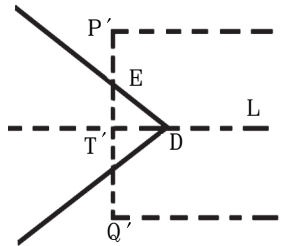
이다. 생각하는 방법은 그리 어렵지 않지만 품이 드는 계산이다.

해답 48

직4각형의 가로변 PS의 길이는 4㎝이고 등변4각형의 가로대각선 BD의 길이는 8㎝이므로 이 대각선의 길이는 직4각형의 가로변의 2배이다. 그러므로 등변4각형의 세로대각선 AC의 길이도 직4각형의 세로변 PQ의 길이의 2배이다. 이리하여 AC의 길이는 6㎝(=3 × 2)로 된다.

등변4각형의 두 대각선의 사귐점 O는 등변4각형과 직4각형의 중심으로 되여있다. 그러므로 대각선 BD와 직4각형의 두 변 PQ, SR의 사귐점을 각각 T, U라고 하면

$$TO= OU=UD=2(㎝)$$

이다. 이로부터 직4각형 PQRS를 오른쪽으로 5㎝이동시키면 점 T는 점 U와 점 D의 가운데에 오게 된다.

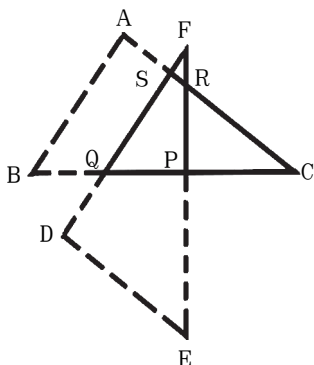
이제 오른쪽으로 5㎝ 이동시

킨 직4각형을 P′Q′R′S′라고 하고 겹치는 부분을 따로 오른쪽 그림과 같이 크게 그린다. 그러면 겹쳐진 3각형 DEF와 3각형 DAC는 닮음형이고 그 절반인 3각형 DET′와 3각형 DAO도 닮음형이다. 이로부터

$$DT' : EF = DO : AC$$

인데 DT′=1㎝, DO=4㎝, AC=6㎝이므로 EF는 1.5㎝로 된다. 이리하여

겹쳐진 부분의 면적 $= \dfrac{DT' \times EF}{2} = \dfrac{1 \times 1.5}{2} = 0.75\,(\text{cm}^2)$

로 된다.

해답 49

그림과 같이 변 BC와 변 DF의 사귐점을 Q, 변 AC와 변 EF의 사귐점을 R, 변 AC와 변 DF의 사귐점을 S라고 한다. 그러면 구하려는것은 3각형 FQP의 면적에서 3각형 FSR의 면적을 던것이다.

그러므로 먼저 3각형 FQP에 대하여 생각한다. 이 3각형은 3각형 CRP를 90°회전한것이므로

$$QP=RP,\ FP=PC$$

이다. PC의 길이는 2㎝(=5－3)이므로 FP의 길이도 2㎝이다. RP의 길이를 구하기 위해서는 3각형 ABC와 3각형 PRC를 생각한다. 이 두 3각형의 세 아낙각은 각각 같으므로 크기는 달라도 같은 모양의 닮음형이다. 그러므로

$$AB:AC=PR:PC$$

이다. 변 AB와 변 AC와 변 PC의 길이는 알고있기때문에 이 값을 넣으면

$$3:4=PR:2$$

로 된다. 이로부터

$$PR=\frac{3\times2}{4}=1.5(㎝)$$

로 계산된다. 이리하여 변 QP의 길이도 1.5㎝라는것을 알수 있다.

3각형 FQP는 직각3각형이고 직각을 낀 두 변 QP, FP의 길이를 알고있으므로 그 면적은

$$3\text{각형 FQP의 면적}=\frac{QP\times FP}{2}=\frac{1.5\times2}{2}=1.5\,(㎝^2)$$

로 된다. 이것으로 한쪽 3각형의 면적이 구해졌다.

다음은 3각형 SRF의 면적이다. 이것을 구하기 위해서는 3각형 SRF와 3각형 PQF의 관계를 찾는것이 기본이다.

F의 아낙각은 어느것이나 공통이므로 같다. 또한 3각형 DEF는 3각형 ABC를 90° 회전한것이므로 변 AC와 변 DF는 수직이다. 이리하여 3각형 SRF에서 S의 아낙각과 3각형 PQF에서 P의 아낙각은 다 직각이다. 그러면 3각형의 세 아낙각의 합은 180°이므로 세 아낙각이 각각 같아지고 이 두 3각형은 닮음형이다.

이로부터 3각형의 세 변의 비는 같고

$$PQ:QF:FP=SR:RF:FS$$

인 관계가 얻어진다. 그런데 세 변 PQ, QF, FP의 길이는 각각 1.5㎝, 2.5㎝, 2㎝이고 또 변 RF의 길이는

$$RF=FP-RP$$
$$=2-1.5=0.5(㎝)$$

이다. 이 값을 넣으면

$$1.5:2.5:2=SR:0.5:FS$$

로 된다. 이리하여 SR에 대해서는

$$1.5:2.5=SR:0.5$$

$$SR=\frac{1.5\times0.5}{2.5}=0.3\,(\text{cm})$$

으로 되고 FS에 대해서는

$$2.05:2=0.5:FS$$

$$FS=\frac{2\times0.5}{2.5}=0.4\,(\text{cm})$$

로 된다. SR와 FS는 직각을 낀 두변이므로 3각형 SRF의 면적은

$$3\text{각형 SRF의 면적}=\frac{0.3\times0.4}{2}=0.06(\text{cm}^2)$$

이다. 이리하여 구하려는 4각형의 면적은

$$4\text{각형 PRSQ의 면적}=1.5-0.06=1.44(\text{cm}^2)$$

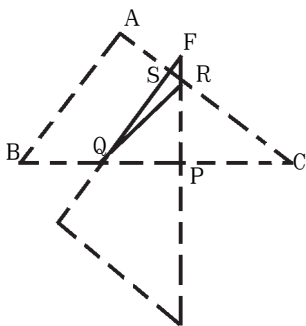
로 된다.

우의 풀이법에 대하여 두 변 SR, RF사이의 관계에 대해서는 재미있는 방법이 있다. R와 Q를 잇고 3각형 FRQ의 면적을 두가지 방법으로 구하는것이다. 이 3각형의 밑변을 FQ로 보면 높이는 RS이다. 그러므로 면적은

$$\frac{FQ\times RS}{2}=\frac{2.5\times0.3}{2}=0.375(\text{cm}^2)$$

이다. 한편 밑변을 FR로 보면 높이는 QP이다. 그러므로 면적은

$$\frac{FR\times QP}{2}=\frac{0.5\times1.5}{2}=0.375\ \ (\text{cm}^2)$$

이다. 이 두 값은 일치하고있다.

해 답 50

아래 그림과 같이 B와 E를 접선으로 련결하고 4각형 ABDE를 3각형 ABE와 3각형 EBD로 나눈다. 이 그림에서는 3각형 ABE를 ㉣, 3각형 EBD를 ㉢로 표시한다. 본래의 3각형 ABC는 직각2등변3각형이므로 이 면적은 72㎠ (=12 × 12 ÷ 2)이다. 그러면 ㉠와 ㉡의 면적의 비는 3:2이므로 각각의 면적은

$$㉠의\ 면적 = 72 \times \frac{3}{3+2} = 43.2(\text{cm}^2)$$

$$㉡의\ 면적 = 72 \times \frac{2}{3+2} = 28.8(\text{cm}^2)$$

로 된다. 여기서 3각형 EBD와 3각형 EDC를 비교하면 밑변의 길이는 1:2이므로 면적도 1:2로 되고

$$㉢의\ 면적 = 28.8 \div 2 = 14.4(\text{cm}^2)$$

이다. 그러면 ㉢와 ㉣를 더한것이 ㉠이므로

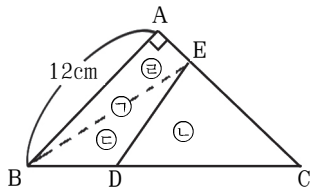
$$㉣의\ 면적 = 43.2 - 14.4 = 28.8(\text{cm}^2)$$

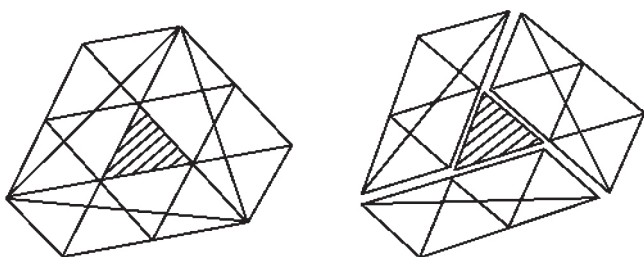
로 된다. 그런데 이 3각형의 밑변을 AE로 보면 높이는 AB이다. 그러므로

$$㉣의\ 면적 = \frac{AE \times AB}{2} \frac{AE \times 12}{2} = AE \times 6$$

으로 볼수도 있고

$$AE = \frac{28.8}{6} = 4.8(\text{cm})$$

로 된다.

해 답 51

빗선을 친 아낙에 있는 작은 3각형의 세개의 꼭두점과 본래의 큰 3각형의 세개의 꼭두점의 각각으로부터 아낙에 있는 작은 3각형의 세 변에 평행인 직선을 긋고 그림과 같은 6각형을 만든다. 그러면 이 6각형안에 빗선으로 표시한 3각형과 모양이 꼭 같은 3각형이 12개 생긴다.

이제 오른쪽 그림과 같이 이 6각형을 빗선을 친 3각형과 바깥쪽에 있는 세개의 평행4변형으로 잘라본다. 그러면 어느 평행4변형에 대해서도 본래의 큰 3각형안에 들어있는 부분과 바깥쪽으로 나간 부분이 각각 같은 모양의 3각형으로 되여있다. 그러므로 빗선을 친 3각형을 둘러싸는 12개의 3각형가운데서 본래의 큰 3각형안에 들어있는것은 면적으로 보면 6개 몫이다. 이리하여 본래의 큰 3각형안에 빗선을 친 3각형이 7개 들어있는것으로 되여 빗선을 친 3각형의 면적은 본래의 큰 3각형의 면적의 $\frac{1}{7}$로 된다.

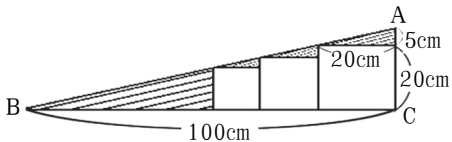
이 설명은 오래전부터 잘 알려져있는것인데 아주 잘된 설명이다.

해 답 52

먼저 직각3각형 ABC의 면적을 구한다. A를 하나의 꼭두점으로 하는 오른쪽우의 작은 직각3각형을 보면 세로가 5㎝, 가로가 20㎝이고 가로의 길이가 세로의 길이의 4배이다. 그러므로 직각3각형 ABC에서도 가로의 길이가 세로의 길이의 4배로 되고 BC는 100㎝로 된다. 이리하여 직각3각형 ABC의 면적은

$$25 \times 100 \div 2 = 1250(\text{cm}^2)$$

로 된다.

다음으로 세개의 바른4각형의 한변의 길이를 보면 오른쪽 끝에 있는 바른4각형에서는 20㎝이다. 이 길이를

25㎝(AC의 길이)의 $\frac{4}{5}$로 보면 가운데에 있는 바른4각형의 한변의 길이도 같은 비률로 짧아지므로 이 길이는

$$20 \times \frac{4}{5} = 16\,\text{㎝}$$

이다. 그러면 왼쪽 끝에 있는 바른4각형에 대해서도 같은것을 말할수 있으므로 한변의 길이는

$$16 \times \frac{4}{5} = 12\frac{4}{5}(\text{㎝})$$

이다. 이리하여 세 바른4각형의 면적의 합은

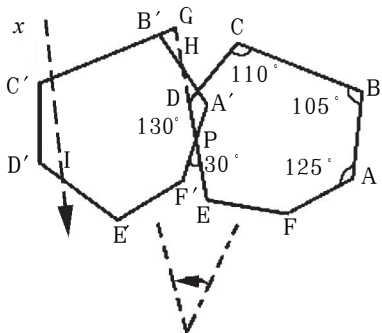
$$20 \times 20 + 16 \times 16 + 12\frac{4}{5} \times 12\frac{4}{5} = 819\frac{21}{25}(\text{cm}^2)$$

로 되므로 빗선을 친 부분의 면적은

$$1250 - 819\frac{21}{25} = 430\frac{4}{5}(\text{cm}^2)$$

이다.

해 답 53

두 6각형의 대응하는 두 변 DE, D′E′를 각각 연장했을 때 그것이 사귀여 생기는 두개의 각가운데서 작은쪽 각이 점 O둘레로 회전한 각이다. 그러므로 점 C′를 지나서 변 DE에 평행인 직선 XY를 긋고 변 D′E′와의 사귐점을 I라고 한다. 그러면 각 D′IX가 구하려는 각으로 된다.

변 DE와 변 C′B′를 연장하고 그 사귐점을 G라고 한다. 또한 DG와 B′A′의 사귐점을 H라고 한다. 그러면 3각형 A′HP에서 각 PA′H는 125°, 각 HPA′는 30°이므로 각 A′HP는

각 A′HP=180 − (125+30)=25°

이다. 다음으로 3각형 HGB′에서 각 B′HG는 25°, 각 GB′H는 75° (=180 − 105)이므로 각 HGB′는

각 HGB′=180 − (25+75)=80(°)

이다. 그러면 GD와 XY는 평행이므로 각 GC′Y는 100° (=180 − 80)로 되고

각 IC′D=110 − 100=10(°)이다. 다음으로 3각형 IC′D′에서 각 IC′D′는 10°, 각 C′D′I는 130°이므로 각 D′IC′는

각 D′IC′=180 − (10+30)=40(°)

이다. 이리하여 점 O를 중심으로 하여 돌아간 각은 40°로 된다.

해 답 54

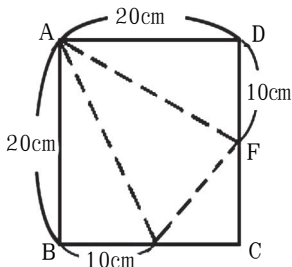
먼저 3각형 CEF를 밑면으로 하면 밑면적은

$$10 \times 10 \div 2 = 50(\text{cm}^2)$$

이다. 이때 점 C에 모이는 각 ECF, 각 ABE, 각 ADF의 세 개의 각은 모두 직각이므로 3각추의 높이는 AB(또는 AD) 그자체이다. 이로부터 3각추의 체적은

$$50 - \times 20 \div 3 = 333\frac{1}{3}(\text{cm}^3)$$

로 된다.

다음으로 밑면을 3각형 AEF로 했을 때의 높이를 구하기 위하여 3각형 AEF의 면적을 계산한다. 이것은 바른4각형 ABCD에서 3각형 ABE, 3각형 ADF, 3각형 CEF를 빼낸것이므로 각각의 면적을 계산한다. 그러면 바른4각형 ABCD의 면적은 400cm^2, 3각형 ABE와 3각형 ADF의 면적은 어느것이나 100cm^2, 3각형 CEF의 면적은 50cm^{2}이므로 3각형 AEF의 면적은

$$400 - (100 - \times 2 + 50) = 150(\text{cm}^2)$$

로 된다. 이리하여 3각추의 체적은 $333\frac{1}{3}$cm^3, 밑면적은 150cm^{2}이므로 높이는

$$3 - 33\frac{1}{3} \times 3 \div 150 = 6\frac{2}{3}(\text{cm})$$

로 된다.

해 답 55

실이 늘어지지 않게 바른3각형 ABC에 감으면 변 AB의 연장선우에 있는 점 Q까지는 반경이 15㎝인 활등을 그린다. 그리고 점 B에서 실이 구부러져서 변 BC의 연장선우의 점 R까지는 반경이 9㎝인 활등을 그린다. 그리고 점 C에서 실이 구부러져서 마지막은 변 AC의 가운데점까지 반경이 3㎝인 활등을 그린다.

이때 매 활등의 길이를 계산하자. 점 P에서 점 Q까지의 활등에서는 바른3각형의 아낙각이 60°이므로 각 PAQ는 120°이다. 그러므로 점 P에서 점 Q까지의 활등의 길이는 반경이 15㎝인 원둘레의 $\frac{1}{3}$로 되고 계산하면

$$2 \times 3.14 \times 15 \times \frac{1}{3} = 3.14(㎝)$$

이다. 이것과 꼭 같은 리유로 점 Q에서 점 R까지의 활등의 길이는 반경이 9㎝인 원둘레의 $\frac{1}{3}$로 되고 계산하면

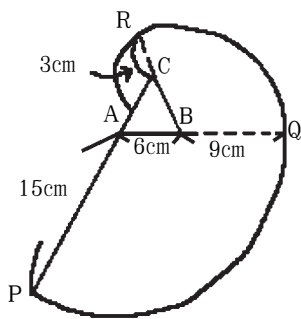
$$2 \times 3.14 \times 9 \times \frac{1}{3} = 18.84(㎝)$$

이다. 또한 점 R에서 변 AC의 가운데점까지의 활등의 길이는 반경이 3㎝인 원둘레의 $\frac{1}{3}$로 되고

$$2 \times 3.14 \times 3 \times \frac{1}{3} = 6.28(㎝)$$

이다. 이 세개의 활등의 길이를 더하면

$$3.14 + 18.84 + 6.28 = 56.52(㎝)$$

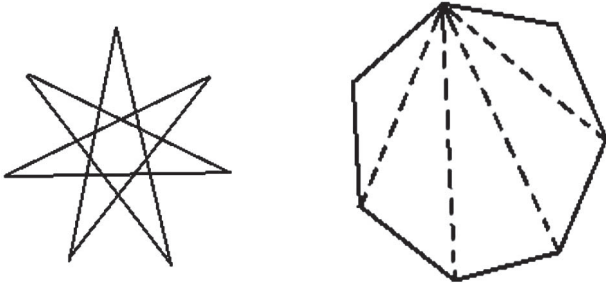
로 된다.

해 답 56

먼저 굵은 선을 그은 2등변3각형에 주목하자. 그러면 하나의 각은 바른7각형의 아낙각이므로 먼저 이 각을 구한다. 이것은 바른7각형안에 5개의 3각형을 만들수 있으므로

$$180\times 5\div 7=128\frac{4}{7}(^\circ)$$

이다. 이것이 굵은 선을 그은 2등변3각형의 꼭두각이므로 7각별에서 하나의 각은

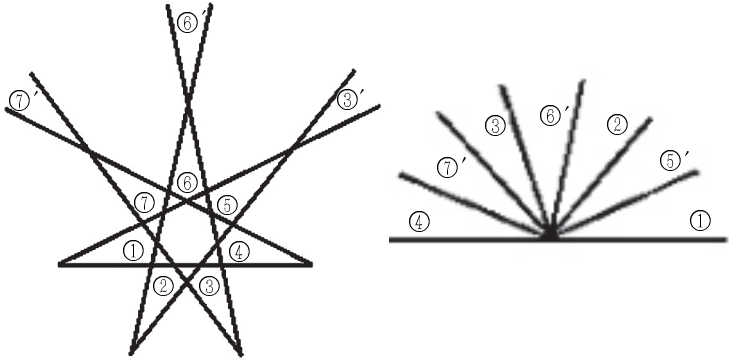
$$(180-128\frac{4}{7})\div 2=25\frac{5}{7}(^\circ)$$

로 된다.

이리하여 7각별의 7개의 각의 합은

$$25\frac{5}{7}\times 7=180(^\circ)$$

이다.

그런데 7각별의 7개의 각을 ①～⑦로 하고 ⑤～⑦에는 맞은쪽의 ⑤'～⑦'도 만든다. 이 ①'～④'와 ⑤'～⑦'를 한점에 모으면 그 합이 180°로 되는것은 우의 오른쪽 그림에서 알수 있다. 그리고 이 사고방법은 어떤 7각형에도

리용되므로 아무런 7각형에서 7각별을 만들어도 7개의 각의 합은 언제나 180°로 된다.

해답 57

왼쪽으로부터 오른쪽으로 나아가면서 반원의 직경이 1㎝, 2㎝, 4㎝, 8㎝로 2배씩 커지고있다. 그러므로 반원의 면적은 왼쪽끝을 기준으로 하면 1배, 4배, 16배, 64배로 4배씩 커진다. 이리하여 7번째의 반원의 면적은 5번째 반원의 면적의 16배(=4×4)로 된다.

다음으로 총 길이가 꼭 10m로 되는 반원을 구하자. 례를 들면 5번째까지의 반원의 총 길이는

$$(1+2+4+8+16)\times 3.14 \div 2=48.67(㎝)$$

이므로 이 총 길이가 10m정도로 되는 더하기를 살펴보기 위하여 1000㎝에서

$$1000 \div 3.14 \times 2=636.94\cdots\ \cdots$$

를 구해둔다. 그리고 6번째부터

$$1+2+4+8+16+32=63$$
$$63+64=127 \ (7\text{번째})$$
$$127+128=255 \ (8\text{번째})$$
$$255+256=511 \ (9\text{번째})$$
$$511+512=1023 \ (10\text{번째})$$

와 같이 차례로 계산하면 10번째만에 636.94를 넘게 된다. 그러므로 총 길이가 10m로 되는것은 10번째 반원우에 있는것으로 된다.

해답 58

원추의 꼭두점을 P라고 하고 점 P와 점 A를 맺는 직선으로 원추의 옆면을 펼친다. 그러면 그 펼친 그림은 반경이 12㎝인 원에서 일부를 잘라낸 부채모양으로 된다. 이 부채모양의 활등의 길이는 본래의 원추의 밑면의 원둘레길이와 같기때문에

$$2 \times 3.14 \times 3 = 18.84(\text{㎝})$$

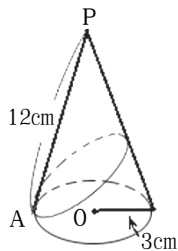
이다. 한편 반경이 12인 원둘레의 길이는

$$2 \times 3.14 \times 12 = 75.36(\text{㎝})$$

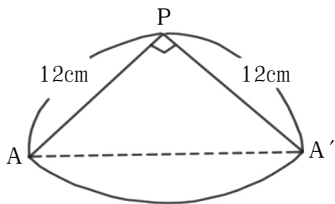
이다. 이리하여 부채모양은 길이가 75.36㎝인 원둘레에서 18.84㎝인 부분을 잘라낸것으로 되고 펼친 각은

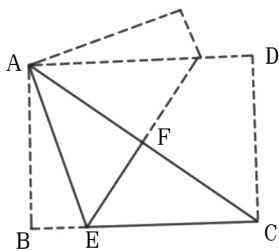
$$360 \times \frac{18.84}{75.36} = 90(^\circ)$$

로 된다. 우의 그림은 이 부채모양을 보여준것으로서 밑면의 점 A는 점 A와 점 A′로 나누어져있다.

여기서 밑면우의 점 A를 지나 길이가 가장 짧아지게 끈을 원추(원뿔)에 감으면 부채모양의 펼친 그림우에서는

점 A와 점 A′를 맺는 직선으로 된다. 그러므로 끈 웃쪽 부분의 옆면적은

$$12 \times 12 \times \frac{1}{2} = 72(\text{cm}^2)$$

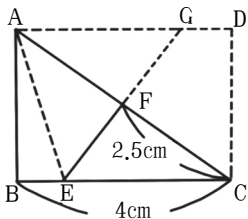
이다.

해답 59

점 E와 점 F를 왼쪽 그림과 같이 취하고 실선을 그은 3각형 AEF와 3각형 CEF를 생각한다. 그러면 A와 점 C가 겹쳐지도록 접었으므로 이 두 3각형은 겹친다. 그러므로 3각형 AEF와 3각형 CEF의 면적은 같아진다. 또한 점 F의 네개의 각은 모두 직각이다.

다음으로 3각형 ABC와 3각형 EFC를 생각하면 각 ECF는 공통이고 각 ABC와 각 EFC는 직각이다.

그러므로 두 3각형의 크기는 다르지만 모양은 닮음모양이다. 여기서 크기를 비교한다. AC는 5㎝이므로 FC는 2.5㎝이다. 한편 BC는 4㎝이므로 FC와 BC의 비는

$$\frac{FC}{BC} = \frac{2.5}{4} = \frac{5}{8}$$

이다. 그러면 EF와 AB의 비도 $\frac{5}{8}$이므로 3각형 EFC와 3각형 ABC의 면적의 비는

$$\left(\frac{5}{8}\right)^2 = \frac{25}{64}$$

이다. 그런데 AB는 3㎝, BC는 4㎝이고 3각형 ABC의 면적은 6㎝^{2}이다. 이로부터 3각형 EFC의 면적은

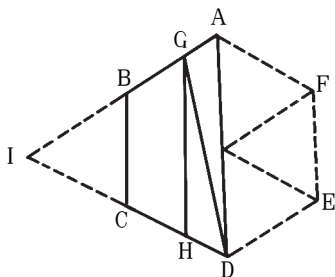
$$6\times\frac{25}{64}=2\frac{11}{32}(\mathrm{cm}^2)$$

이다. 접어서 겹치는 부분은 3각형 AEG이므로 그 면적은 3각형 AEF의 면적의 2배인 $4\frac{11}{16}$cm^{2}이다.

해 답 60

오른쪽 그림과 같이 바른6각형의 두변 AB,CD를 각각 연장하고 그 사귐점을 I라고 한다. 또한 점 G와 점 D도 직선으로 맺는다. 그러면 바른3각형 BCI의 면적은 바른6각형 ABCDEF의 면적의 $\frac{1}{6}$이므로 6cm^2(=36 ÷ 6)이다. 또한 사다리형 ABCD는 바른6각형의 절반이므로 그 면적은 18cm^2(=36 ÷ 2)이다. 이리하여 3각형 ADI의 면적은 24cm^2 (=6+18)로 된다.

이제 3각형 ADI와 3각형 GDI의 밑변을 각각 AI, GI로 취하면 높이는 같다. 그러므로 두 3각형의 면적의 비는 GI와 AI길이에 비례한다. 그런데 GB의 길이는 AB의 $\frac{2}{3}$이므로 GI는 AI의

$$\left(1+\frac{2}{3}\right)\div2=\frac{5}{6}(\text{배})$$

이다. 이리하여 3각형 GDI의 면적은

$$24\times\frac{5}{6}=20(\text{cm}^2)$$

로 된다. 다음으로 3각형 GHI와 3각형 GDI의 밑변을 각각 HI, DI로 하면 높이는 같다. 그리고 CH는 CD의 $\frac{1}{2}$이므로 HI는 DI의

$$\left(1+\frac{1}{2}\right)\div 2=\frac{3}{4}(\text{배})$$

이다. 이로부터 3각형 GHI의 면적은

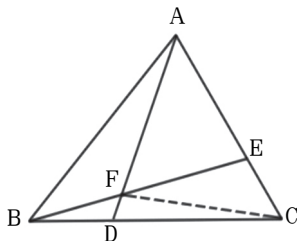
$$20\times\frac{5}{6}=20(\text{cm}^2)$$

이다.그런데 바른3각형 BCI의 면적은 6cm^2이므로 4각형 BCHG의 면적은 $9\text{cm}^2(=15-6)$로 된다.

해 답 61

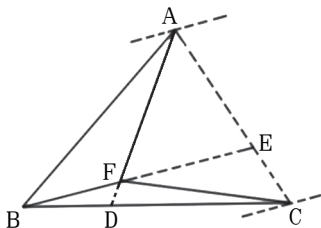
3각형 FBD와 3각형 FDC의 면적을 비교하면 밑변의 비가

BD:DC=1:2

이고 높이가 같으므로 면적도 1:2이다. 그리하여 3각형 FBD의 면적을 1, 3각형 FDC의 면적을 2라고 한다. 그러면 3각형 FBC의 면적은 3으로 된다.

다음으로 3각형 FBC와 3각형 ABF의 면적을 비교한다. 어느 3각형의 밑변도 BF로 하면 두 3각형의 면적은 높이에 비례한다. 이 높이의 비는 아래의 그

림과 같이 보기 쉽게 그리면

$$EC:EA=1:2$$

라는것을 알수 있다. 이리하여 3각형 FBC의 면적이 3일때 3각형 ABF의 면적은 6으로 된다. 마지막으로 3각형 ABF와 3각형 FBD의 면적을 비교한다. 그러면 이미 본바와 같이 3각형 FBD의 면적을 1이라고 할 때 3각형 ABF의 면적은 6이다. 그런데 3각형 ABF의 밑변을 AF, 3각형 FBD의 밑변을 FD라고 하면 높이는 어느것도 같다. 이로부터

$$AF:FD=6:1$$

로 된다.

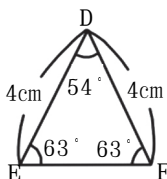
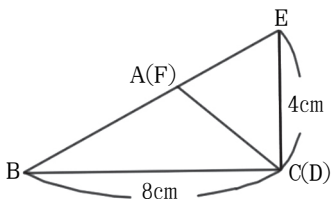
해답 62

먼저 3각형 DEF에 대하여 보자. 그러면 변 DE와 변 DF의 길이가 같고 3각형 DEF는 2등변3각형이므로 두개의 밑각도 같다는것을 알수 있다. 3각형의 세 아낙각의 합은 180°이므로 나머지의 각 EDF는

$$각\ EDF=180-2\times 63=54(°)$$

로 된다.

그런데 3각형 ABC와 3각형 DEF를 비교해보면 변 AC와 변 DF의 길이가 같고 또

$$각\ ACB+각\ EDF=90(°)$$

라는것을 알수 있다. 이로부터 변 AC와 변 FD가 겹치도록 3각형 ABC와 3각형 DEF를 련결하면 각 BAC(=180 − 27 − 36=117°)와

각 DFE(=63°)의 합이 180°이므로 3각형 BCE는 직각3각형으로 된다. 이때 직각을 낀 두 변의 길이는 8㎝, 4㎝이므로 이 직각3각형의 면적은

$$8 \times 4 \div 2 = 16(cm^2)$$

이다. 한편 3각형 DEF의 면적은 $6.4cm^2$라는것을 알고있으므로 3각형 ABC의 면적은

$$16 - 6.4 = 9.6cm^2$$

로 된다.

해답 63

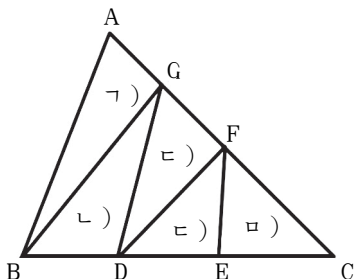
3각형 GBD는 ㄴ, 3각형 GBC는 ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ를 더한것이므로 면적의 비는 1:4이다. 그런데 각각의 밑변을 BD, BC라고 하면 높이는 같다. 이로부터 면적의 비는 밑변의 비로 되고

$$BD = BC \times \frac{1}{4}$$

로 된다.

다음으로 3각형 DFG는 ㄷ, 3각형 DCG는 ㄷ,ㄹ,ㅁ를 더한것이므로 면적의 비는 1:3이다. 이로부터 앞에서와 같은 리유로

$$FG = CG \times \frac{1}{3}$$

이다. 또한 3각형 BCG는 ㄴ,ㄷ,ㄹ,ㅁ를 더한것이고 3각형 BCA는 ㄱ~ㅁ를 모두더한것이므로 면적의 비는 4:5이다. 이로부터

$$CG = AC \times \frac{4}{5}$$

로 되고 앞의 결과를 리용하면

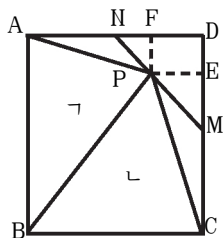
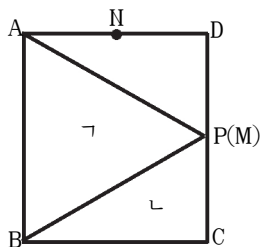
$$FG = AC \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{3} = AC \times \frac{4}{15}$$

이다. 그런데 BD와 FG의 길이는 같으므로 AC와 BC의 비는

$$AC:BC = \frac{1}{4} : \frac{4}{15} = 15:16$$

으로 된다.

해 답 64

왼쪽 그림과 같이 점 P를 점 M과 겹치게 한다. 그러면 ㄱ와 ㄴ의 면적은 각각

$$10 \times 10 \div 2 = 50(\text{cm}^2)$$
$$10 \times 5 \div 2 = 25(\text{cm}^2)$$

로 되고 총 75cm^2 $(=50+25)$이다. 그러면 똑 같은 리유로 점 P를 점 N에 겹쳤을 때도 ㄱ와 ㄴ의 면적의 합은 75cm^2이다. 이로부터 가능성이 있는 후보는 MN뿐이다. 이제 MN우에 있는 임의의 점을 P라고 하고 점 P에서 변 AD, CD에 수직선을 긋고 직4각형 PEDF를 오른쪽 그림과 같이 만든다. 그러면 DM의 길이는 5㎝이고 3각형

PME는 직각2등변3각형이므로

$$DE+EM=5(\text{㎝})$$

$$DE=PF,\ EM=PE$$

로부터 PE+PF=5(㎝)이다. 그런데 3각형 ㄱ의 밑변을 AB라고 하고 3각형 ㄴ의 밑변을 BC라고 하면 두 3각형의 높이의 합은 AD+CD에서 PE+PF를 던것으로 된다. 이것은

$$10\times 2-2=15(\text{㎝})$$

이므로 ㄱ와 ㄴ의 면적의 합은

$$10\times 15\div 2=75(\text{㎝}^2)$$

이다. 이것으로 MN우의 점은 늘 조건을 만족시킨다.

해답 65

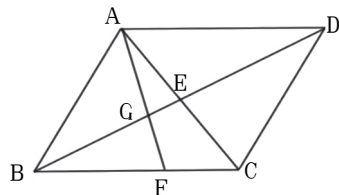
3각형 ABC의 면적을 30으로 하고 계산한다. 먼저 3각형 ABC와 3각형 ABF의 면적을 비교하면 밑변 BC와 밑변 BF의 길이의 비가 3:2이고 높이가 같으므로

3각형 ABF의 면적 =20

이다. 또한 3각형 ABC와 3각형 EBC를 비교하면 밑변 AC와 EC의 길이의 비가 2:1이고 높이가 같으므로

3각형 EBC의 면적 =15

이다. 다음으로 3각형 ABF와 3각형 GBF를 비교하면 밑변 AF와 GF의 길이의 비는 5:2이고 높이가 같으므로

3각형 GBF의 면적 $=20\times\frac{2}{5}=8$

이다. 여기서 4각형 EGFC를 3각형 EBC에서 3각형 GBF를 떼낸것으로 생각하면

$$4\text{각형 EGFC의 면적}=15-8=7$$

로 된다. 한편 3각형 AFC는 3각형 ABC에서 3각형 ABF를 떼낸것이므로

$$3\text{각형 AFC의 면적}=30-20=10$$

이다. 이로부터 3각형 AGE를 3각형 AFC에서 4각형 EGFC를 떼낸것으로 생각하면

$$3\text{각형 AGE의 면적}=10-7=3$$

이다. 이리하여 3각형 AGE와 4각형 EGFC의 면적의 비는 3:7로 된다.

해답 66

본래의 바른6면체의 겉면적은

$$10\times10\times6=600(\text{cm}^2)$$

이다. 또한 3각형 BMF와 3각형 BNF의 면적은 둘다

$$10\times5\div2=25(\text{cm}^2)$$

이고 3각형 BMN의 면적은

$$5\times5\div2=12.5(\text{cm}^2)$$

이다. 이로부터 본래의 바른6면체의 겉면에서 3각추를 떼낸 나머지 부분의 면적은

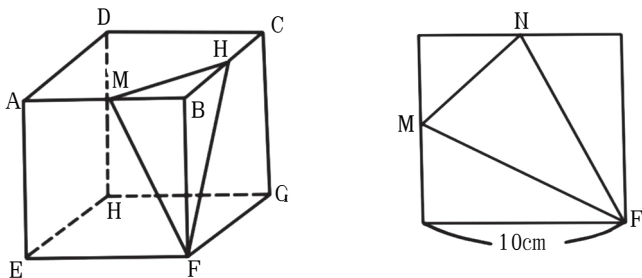
$$600-(25\times2+12.5)=537.5(\text{cm}^2)$$

로 된다. 여기서 잘라낸 자름면의 면적을 더하면 나머지 립체의 겉면적으로 된다.

그런데 자름면인 3각형 FMN은 한변이 10㎝인 바른4각형안에 오른쪽 그림과 같은 위치에 들어있다. 이때 바른4각형안에 있는 나머지 세개의 3각형이 꼭 3각

형 BMF, 3각형 BNF, 3각형 BMN과 같은 모양이므로 3각형 FMN의 면적은

$$10 \times 10 - (25 \times 2 + 12.5) = 37.5(\text{cm}^2)$$

이다. 이리하여 3각추를 잘라낸 나머지립체의 겉면적은

$$537.5+37.5=575(\text{cm}^2)$$

로 된다.

해 답 67

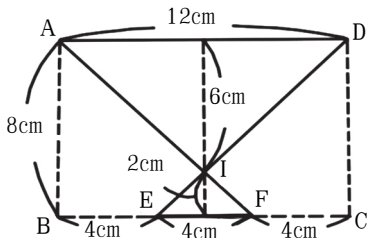
AF는 변 AB와 변 AD가 겹치게 접었을 때의 접은선이므로 각 DAF는 45°이다. 꼭 같은 리유로 각 ADE도 45°이므로 3각형 ADI는 직각2등변3각형이다. 그러므로 밑변을 AD라고 하면 높이는 6㎝이다. 이리하여 3각형 ADI의 면적은

$$12 \times 6 \div 2=36(\text{cm}^2)$$

으로 된다.

다음으로 3각형 ABF와 3각형 DCE도 직각이등변3각형이므로

$$BF=EC=8(\text{㎝})$$

이다. 이로부터 점 E와 점

F는 변 BC를 3등분한 점으로 되고

$$BE=EF=FC=4(\text{cm})$$

이다. 그러면 3각형 IEF는 직각2등변3각형이므로 밑변을 EF라고 하면 높이는 2㎝이다. 이리하여 3각형 IEF의 면적은

$$4 \times 2 \div 2 = 4(\text{cm}^2)$$

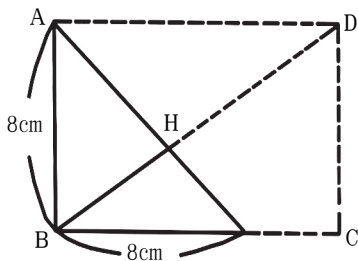
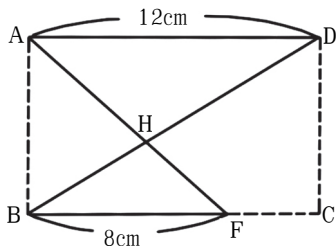
로 되고 첫번째 답이 얻어진다.

다음으로 3각형 HAD와 3각형 HFB에 주목하자. 변 AD와 변 BF는 평행이므로 두 3각형의 크기는 다르지만 모양이 같은 닮은형이다. 그러므로

$$AD:BF=HA:HF$$

이고 값을 넣어 계산하면

$$HA:HF=12:8=3:2$$

로 된다.

그런데 3각형 ABH와 3각형 BFH의 면적을 비교하면 각각의 밑변을 AH, HF라고 할 때 높이는 같다. 이리하여 두 3각형의 면적의 비는 밑변의 비로 되고 따라서 우에서 구한 3:2로 된다. 그런데 3각형 ABF의 면적은

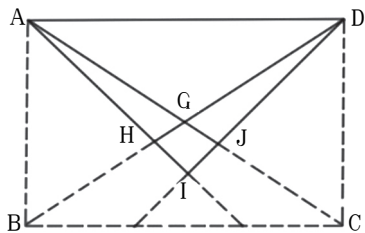
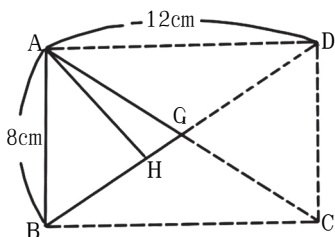
$$8 \times 8 \div 2=32(\text{cm}^2)$$

이므로 이 두 3각형의 면적은

$$3\text{각형 ABH의 면적}=32\times\frac{3}{5}=19\frac{1}{5}(\text{cm}^2),$$

$$3\text{각형 BFH의 면적}=32\times\frac{2}{5}=12\frac{4}{5}(\text{cm}^2)$$

로 된다. 한편 3각형 ABG의 면적은 직4각형 ABCD면적의 $\frac{1}{4}$이므로

$$12\times 8\div 4=24(\text{cm}^2)$$

그러므로 3각형 AHG를 3각형 ABG에서 3각형 ABH를 떼낸것으로 보면그 면적은

$$24-19\frac{1}{5}=4\frac{4}{5}(\text{cm}^2)$$

로 된다. 이것이 두번째 답이다.

마지막으로 4각형 GHIJ의 면적을 구하자. 이 4각형을 3각형 ADI에서 3각형 ADG, 3각형 AHG, 3각형 DJG를 떼낸것으로 보고 매 3각형의 면적을 구한다. 그러면 이미 본바와 같이

$$3\text{각형 ADI의 면적}=36(\text{cm}^2),$$

$$3\text{각형 AHG의 면적}=4\frac{4}{5}(\text{cm}^2)$$

이다. 또한 3각형 ADG의 면적은 직4각형 ABCD의 면적

의 $\frac{1}{4}$이므로

$$3각형\ ADG의\ 면적 = 24(\text{cm}^2)$$

이다. 또한 3각형 AHG와 3각형 DJG는 좌우대칭관계이므로

$$3각형\ DJG의\ 면적 = 4\frac{4}{5}(\text{cm}^2)$$

이다. 이리하여 4각형 GHIJ의 면적은

$$36-(24+4\frac{4}{5}\times 2)=2\frac{2}{5}(\text{cm}^2)$$

로 된다. 이것이 세번째 답이고 모든 답이 다 구해졌다.

해답 68

푸른색신호가 2분, 노란색신호가 5초이고 붉은색신호가 40초이므로 매 신호는

$$2분+5초+40초=2분\ 45초$$

마다 반복된다. 그러므로 이 사이에 2.2㎞를 달리게 하면 첫 신호가 푸른색신호라면 언제나 푸른색신호로 통과하는것으로 된다. 즉 2.2㎞를 2분 45초로 달리면 되기때문에 2분 45초를 시간으로 고치면

$$\left(2+\frac{45}{60}\right)\times\frac{1}{60}=\frac{11}{240}(시간)$$

이므로 한시간에

$$2.2\div\frac{11}{240}=48(\text{km})$$

의 속도로 달리는것으로 된다.

한시간에 40㎞의 속도로 달리면 2.2㎞ 달리는데

$$\frac{2.2}{40}\times 60=3.3(분)$$

이 걸린다. 초로 고치면 198초이다. 한편 신호는

$$2\frac{45}{60}\times 60=165(초)$$

마다 반복되므로 하나의 신호를 통과할 때마다 푸른색 신호가 나타나는 시간안에 33초(=198 − 165)씩 들어간다. 푸른색신호는 120초(2분)이므로

$$120-33\times 4=-12(초)$$

로 되고 네번째 신호에서는 노란색신호로 된 다음 12초 후에 도착한다.노란색신호는 5초,붉은색신호는 40초이므로 이것은 붉은색신호로 된 다음 7초후이다. 이리하여 네번째 신호에서 이 자동차는 33초 (=40 − 7)만큼 기다리게 된다.

해답 69

국어와 영어의 평균점수는 78점이므로 총점수는

$$(국어)+(영어)=78\times 2=156점$$

이다. 또한 자연과 수학의 평균점수가 65점이므로 이 두 과목의 총점수는

$$(자연)+(수학)=65\times 2=130점$$

이다. 이로부터 네 과목의 총점수는

$$네과목총점수=156+130=286(점)$$

으로 되고 네 과목의 평균점수는

$$네과목평균점수=\frac{286}{4}=71.5(점)$$

이다. 여기서 이 점수는

$$\frac{78+65}{2}=71.5$$

라고도 계산할수 있다.

다음으로 영어와 자연의 평균점수가 71점이므로 이 두 과목의 총점수는

$$(\text{영어})+(\text{자연})=71\times 2=142(\text{점})$$

이다. 그러면 네 과목의 총점수는 286점이므로 국어와 수학의 총점수는

$$(\text{국어})+(\text{수학})=286-142=144(\text{점})$$

이다. 이로부터 이 두 과목의 평균점수는

$$(\text{국어})\text{와 }(\text{수학})\text{의 평균점수}=\frac{144}{2}=72(\text{점})$$

으로 된다.

매개 점수는 알지 못하지만 평균점수를 구할수 있다는데 재미가 있다.

해답 70

오전 0시부터 오전 1시까지의 1시간동안에는 오전 0시를 제외하면 긴 바늘과 짧은 바늘은 겹치지 않는다. 긴 바늘이 짧은 바늘의 12배(=60 ÷ 5)의 속도로 앞서나가기때문이다. 그러나 오전 1시부터 오전 2시까지의 1시간동안에는 처음에 긴 바늘이 짧은 바늘뒤에 있기때문에 짧은 바늘을 한번만 따라앞선다. 이 따라앞서기는 오전 2시부터 오전 3시까지의 한시간동안에도, 오전 3시부터 오전 4시까지의 한시간동안에도, 그 이후의 어느 한시간동안에도 같다. 다만 따라앞서는 시간이 조금씩 밀리고 오전 11시부터 12시까지의 1시간동안에는 마지막 12시에 긴 바늘과 짧은 바늘이 겹치게 된다. 이리하여 오전 0시와 12시를 내놓으면 긴 바늘과 짧은 바늘이 겹치는것은 오전 1시,2시, 3시, 4시, 5시, 6시, 7시, 8시, 9시, 10시의 매 시간으로부터 1시간에 1번씩이고 모두 10번으로 된다.

긴 바늘과 짧은 바늘이 겹치는 시간을 구하기 위해서는 오전 0시부터 12시까지사이에 긴 바늘과 짧은 바

늘이 몇번 겹치는가를 알아보는것이 기본이다. 처음에 겹치는 오전 0시를 출발점으로 하면 12시까지의 12시간동안에 11번 겹치게 된다. 그리고 긴 바늘과 짧은 바늘이 겹친 시간으로부터 그다음에 긴 바늘과 짧은 바늘이 겹칠 때까지의 시간은 어디를 취해도 같을것이다. 이리하여 $\frac{12}{11}$(시간)마다에 긴 바늘과 짧은 바늘은 겹치는것으로 되여 그 합계는

$$\frac{12}{11}\times(1+2+3+\cdots+10)=60(\text{시간})$$

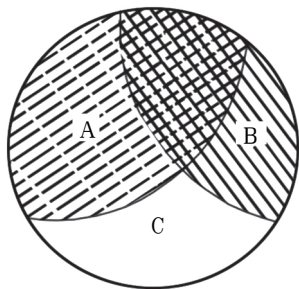
으로 된다.

해답 71

아동회의 756명의 성원을 그림의 원으로 표시하고 첫번째 안건에 찬성한 476명을 A구역(점선), 두번째 안건에 찬성한 294명을 B구역(사슬선)으로 본다. 그러면 점선과 사슬선이 겹치는 구역은 첫번째와 두번째의 어느 안건에도 찬성한 사람들이다. 또한 점선도, 사슬선도 없는 C구역은 첫번째 안건과 두번째 안건에 대하여 둘다 반대한 169명의 사람들이다.

이제 A구역과 B구역과 C구역에 있는 성원을 더하여

476+294+169=939(명)

으로 하면 아동회의 전체 성원외에 첫번째와 두번째의 어느 안건에도 찬성한 사람들이 반복되여 더해지게 된다. 그러므로 이 수로부터 아동회의 성원인 756명

을 덜면

$$939 - 756=183(\text{명})$$

은 두 안건에 찬성한 성원의 인원수로 된다.

또한 첫번째 안건에만 찬성한 사람은

$$476 - 183=293(\text{명})$$

이고 두번째 안건에만 찬성한 사람은

$$294 - 183=111(\text{명})$$

으로 된다.

해답 72

A가 걷는 속도는 한시간에 4.2㎞이고 역까지 가는 시간은 25분이므로 집에서부터 역까지의 거리는

$$4.2 \times \frac{25}{60}=1.75(\text{km})$$

이다. 이 $\frac{2}{5}$는 0.7㎞이므로 A의 집에서부터 B정류소까지는 0.7㎞이고 B정류소에서부터 역까지는 1.05㎞=(1.75 − 0.7)이다.

A가 B정류소까지의 0.7㎞를 걸으면 걷는 속도가 한시간에 4.2㎞이므로

$$\frac{0.7}{4.2}\times60=10(\text{분})$$

이 걸린다. 또한 B정류소로부터 역까지의 1.05㎞를 뻐스를 타면 뻐스의 속도가 한시간에 30㎞이므로

$$\frac{1.05}{30}\times60=2.1(\text{분})$$

이다. 그러면 이 둘을 더하면

$$10+2.1=12.1(\text{분})$$

으로 된다. 또한 0.1분은

$$0.1 \times 60=6(\text{초})$$

이므로 답은 12분 6초로 된다.

A의 집앞에 있는 정류소로부터 B정류소까지의 뻐스길은

$$30 \times \frac{(10-2.1)}{60} = 3.95(\text{km})$$

이다.

해 답 73

187개의 사과를 □명의 아이들에게 꼭같이 나누어 △개씩 주었으므로

$$187 = \square \times \triangle$$

으로 된다. 그런데 187을 두 적으로 나누어보면

$$187 = 11 \times 17$$

로밖에 되지 않는다.

여기서 11명의 아이들에게 17개씩의 사과를 나누어주었다고 생각한다. 그러면 36개의 배를 11명의 아이들에게 나누어주었을 때

$$36 \div 11 = 3 \cdots \text{나머지 } 3$$

으로부터 3개씩 나누어주면 3개의 배가 남는다. 이것은 문제의 조건에 맞지 않으므로 버린다.

다음으로 17명의 아이들에게 11개씩의 사과를 나누어주었다고 생각한다. 그러면 36개의 배를 17명의 아이들에게 나누어주었을 때

$$36 \div 17 = 2 \cdots \text{나머지 } 2$$

라는데로부터 두개씩 나누어주고 2개의 배가 남는다. 이번에는 이 문제의 조건에 맞으므로 □은 17, △은 11로 된다.

결국 사과와 배의 개수가 다른 수이면 일반적으로

이와 같이 잘 풀리지 않는다. 이 문제는 187이 11과 17의 적이라는것을 찾아내는가 찾아내지 못하는가가 요점으로 된다.

해답 74

《가》는 B지점을 《나》보다 30분 먼저 통과하고 《나》가 B지점을 통과했을 때 《가》는 18㎞ 앞서 달리고있다. 이로부터 《가》의 속도는 한시간에

$$18 \div \frac{1}{2} = 36(\text{㎞})$$

로 되고 그보다 4㎞ 뜬 《나》의 속도는 32㎞로 된다.

이제 《가》와 《나》의 자동차가 36㎞의 거리를 달렸다고 하면 《가》는 1시간, 《나》는 $\frac{36}{32}=\frac{9}{8}$(시간)이 걸린다. 이로부터 36㎞마다에 《나》는 $\frac{1}{8}$시간씩 떨어지는것으로 된다. 이 속도로 가면 《나》가 $\frac{1}{2}$시간 늦어지자면

$$36 \times \left(\frac{1}{2} \div \frac{1}{8}\right) = 144(\text{㎞})$$

달려야 한다. 즉 A지점과 B지점사이의 거리는 144㎞이다.

또한 이 문제를 푸는데서 《가》와 《나》의 자동차가 36㎞의 거리를 달렸을 때를 생각하였지만 이것은 몇 ㎞ 달렸다 해도 같다. 다만 명확한 거리를 생각한것이다.

해답 75

두가지 물건을 평균했을 때 13.2% 인하된 값이 6944원이므로 본래값대로 산다면

$$6944 \div (1 - 0.132) = 8000(\text{원})$$

이였을것이다. 지금 A도, B도 본래값의 15% 인하된것

을 샀다고 하자. 그러면 물어야 할 금액은

$$8000 \times (1-0.15)=6800(\text{원})$$

으로 되고 실지금액보다

$$6944-6800=144(\text{원})$$

만큼 적어졌다. 이것은 B를 본래값보다 12% 눅게 샀기때문이며 15%와 12%와의 차가 144원이라는 모양으로 나온것이다. 이 차를 인하비률로 말하면

$$0.15-0.12=0.03$$

이므로 B의 본래값은

$$144 \div 0.03=4800(\text{원})$$

이였던것으로 된다. 그러면 본래값의 합계가 8000원이므로 A의 본래값은

$$8000-4800=3200(\text{원})$$

으로 된다.

그리고 실지로 산 값은 A가

$$3200 \times (1-0.15)=2720(\text{원})$$

B가

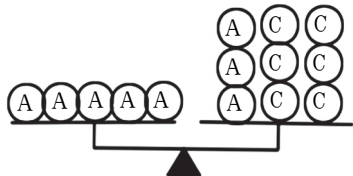
$$4800 \times (1-0.12)=4224(\text{원})$$

으로 된다.

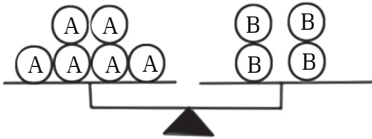
해답 76

B의 구슬 1개와 A의 구슬 1개에 C의 구슬 2개를 더한것이 균형이 잡히므로 B의 구슬 3개대신에 오른쪽 그림과 같이 하여도 균형이 잡힌다. 이 량쪽으로부터 A의 구슬 3개를 덜면 A의 구슬 2개와 C의 구슬 6개가 균형이 잡힌다. 이로부터 A의 구슬 1개와 C의 구슬 3개가 균형이 잡히고

A의 무게 =(C의 무게)×3

으로 된다. 그러면 B의 구

슬 1개와 A의 구슬 1개에 C의 구슬 2개를 더한것이 균형이 잡히므로 A의 구슬 1개대신에 C의 구슬 3개를 올려놓으면 B의 구슬 1개와 C의 구슬 5개가 균형이 잡힌다. 이로부터

B의 무게 =(C의 무게) × 5

로 되고 C의 구슬을 가지고 A, B, C의 구슬의 무게사이에 어떤 관계가 있는가를 알았다.

이제 A의 구슬 6개와 B의 구슬 4개를 비교하자. 이것을 C의 구슬로 바꾸어보면 A의 구슬 6개는 C의 구슬 18개(=6 × 3)와 맞먹고 B의 구슬 4개는 C의 구슬 20개(=4 × 5)와 맞먹는다. 그러므로 B의 구슬쪽으로 저울이 기울어지며 이것을 균형잡히게 하자면 A의 구슬쪽에 C의 구슬 2개를 더 놓아야 한다.

해 답 77

C는 네번 졌는데 누구와 두번 대전했는가는 잘알수 없다. 그러나 서로 한번은 꼭 대전하기때문에 A에게 졌다는것은 확실하다. 그런데 A는 1승2패이다. 이것은 A가 C에게 이기고 B와 D에게 졌다는것을 의미한다. 이 내용을

× A − B ◯
◯ A − C ×
× A − D ◯

와 같이 표시하면 B는 3승0패이므로

◯ B − A ×
◯ B − C ×
◯ B − D ×

로 된다. 이것으로 A와 B의 대전상대방과 그 성적이 결정된다. 나머지는 C와 D의 대전이다. 지금까지의 결과를 참고하면 C에 대해서는

×C－A○
×C－B○

로 된다. 그런데 C는 네번 졌으므로 나머지 두번은 D와의 대전이다. 이로부터 C의 대전상대방과 성적은

×C－A○,　　×C－B○
×C－D○,　　×C－D○

로 되고 D에 대해서는

○D－A×,　　×D－B○
○D－C×,　　○D－C×

로 된다. 이리하여 D는 3승1패 된다.

해답 78

A혼자서 하면 12일 걸리므로 하루 일량은 전체의 $\frac{1}{12}$이다. 같은 방법으로 B의 하루 일량은 전체의 $\frac{1}{18}$이고 C의 하루 일량은 전체의 $\frac{1}{24}$이다.

여기서 세사람이 일을 한 날수의 비를 생각하면 A와 B에 대하여서는

$$A:B=1:3$$

B와 C에 대하여서는

$$B:C=1:2=3:6$$

이므로 세사람에 대해서는

$$A:B:C=1:3:6$$

으로 된다. 이로부터 A가 일을 한 날수를 하루라고 하

면 B는 3일, C는 6일의 비률로 된다.

실지로는 A가 일을 며칠 하였는가를 알수 없으므로 가령 하루라고하고 전체의 어느 정도의 비률이 나오는가를 구한다. 그러면 B는 3일,C는 6일로 되므로 세사람의 일량은

$$\frac{1}{12}+\frac{1}{18}\times3+\frac{1}{24}\times6=\frac{1}{2}$$

로 된다. 이로부터 매 사람의 날수를 2배하면 A는 2일, B는 6일, C는 12일로 된다. 이 합계는

$$2+6+12=20(일)$$

로 되므로 A가 일을 시작해서부터 20일째 되는 날에 완성한다.

해답 79

어느 종류의 돈도 최하 1장은 쓰므로 그 합계는

$$100+50+10+5=165(원)$$

이다. 그러면 나머지는 100원짜리 1장, 50원짜리 2장, 10원짜리 2장으로서 이것들은 써도 되고 쓰지 않아도 된다. 이로부터 165원을 제외한 나머지 돈에 대해서는

100원짜리 (두가지) { 쓰지 않음 0원 / 1장 씀 100원

5원짜리 (세가지) { 쓰지 않음 0원 / 1장 씀 50원 / 2장 씀 100원

10원짜리 (세가지) { 쓰지 않음 0원 / 1장 씀 10원 / 2장 씀 20원

으로 되고 돈의 무이방법은 18가지 (=2 × 3 × 3) 로 된다.

		50원		
		0장	1장	2장
100원	0장	0원	50원	100원
	1장	100원	150원	200원

그러나 100원짜리와 50원짜리에 대하여서는 왼쪽의 표와 같이 합계의 금액이 5가지이다. 여기에 10원짜리를 쓸 때의 3가지를 생각하면 전체로서는

$$5\times3=15(\text{가지})$$

밖에 안된다. 구체적인 금액은

165원, 175원, 185원, 215원, 225원, 235원, 265원, 275원, 285원, 315원, 325원, 335원, 365원, 375원, 385원으로 된다.

해답 80

A가 48초로 결승선에 들어섰을 때 B는 결승선까지 아직 12m 남은곳을 달리고있었으므로 288m(=300 − 12)를 48초로 달린것으로 된다. 이로부터 B는 1초사이에

$$288\div48=6(\text{m})$$

를 달리고 300m의 결승선까지

$$\frac{300}{6}=50(\text{초})$$

걸린다. 한편 C는 B보다 1.2초후에 결승선에 들어섰으므로 C는 결승선까지

$$50+1.2=51.2(\text{초})$$

가 걸린다. 이로부터 C는 1초사이에

$$\frac{300}{51.2}=5\frac{55}{65}(\text{m})$$

를 달린다.

A는 48초로 결승선에 들어섰으므로 이사이에 C가 달린 거리는

$$5\frac{55}{64}\times 48=281.25(\mathrm{m})$$

이다. 이로부터 A가 결승선에 들어섰을 때 C는 결승선까지 아직 300 − 281.25=18.75(m)인 곳을 달리고있다. 결국 이것은 A가 결승선에 들어섰을때 B는 그보다 12m 떨어진 곳을 달리고 C는 그보다 6.75m(=18.75 − 12) 떨어진 곳을 달리고있는것으로 된다.

해 답 81

A, D, G, H의 네사람의 점수가 50을 넘기때문에 F의 점수는 B, C, E가운데의 어느 한 사람의 점수의 2배이다. 그런데 E의 점수를 2배로 하면 66점 (=33 × 2)밖에 되지 않으므로 최고점수로는 되지 않는다. 그러므로 B이든가 C의 점수의 2배이다.

8명의 점수의 평균은 64점이므로 총 점수는 512점 (=64 × 8)이다. 한편 점수를 알고있는 6명의 총 점수는

74+48+90+33+60+78=383(점)

이다. 이로부터 C와 F의 총 점수는

512 − 383=129(점)

으로 되고 만일 F의 점수가 C의 점수의 2배이면 F의 점수는

$$129\times\frac{2}{3}=86\,(\text{점})$$

이다. 이것은 D의 점수의 90점보다 낮으므로 F의 점수는 B의 2배인 96점 (=48 × 2)이다. 그러면 C와 F의 총 점수가 129점이므로 C의 점수는

129 − 96=33(점)

으로 된다. 이 결과 8명의 점수는 아래의 표와 같이 된다.

A	B	C	D	E	F	G	H
74	48	33	90	33	96	60	78

해 답 82

A학급이 B학급보다 4명 많다는것은 분명하므로 B, C, D 가운데서 어느 학급이 많아도 되게

$$\begin{cases} B > C & \begin{cases} C > D & \cdots(1) \\ D > C & \cdots(2) \end{cases} \\ D > B & \begin{cases} C > D & \cdots(3) \\ D > C & \cdots(4) \end{cases} \end{cases}$$

과 같이 갈라본다. 여기서 A학급의 인원수를 □, B학급의 인원수를 □－4로 하면 C학급과 D학급의 인원수는 각각

(1)의 경우… C는 □－7, D는 □－9
(2)의 경우… C는 □－7, D는 □－5
(3)의 경우… C는 □－1, D는 □－3
(4)의 경우… C는 □－1, D는 □ ＋1

로 된다. (4)의 경우는 D학급이 A학급보다 많아지므로 조건에 맞지 않는다. 그밖의 경우에 대하여서는

	합계	평균
(1)의 경우…	4×□－20	□－5
(2)의 경우…	4×□－16	□－4
(3)의 경우…	4×□－8	□－2

로 된다. 그런데 평균은 46명으로 알고있으므로 이로부터 A학급의 인원수를 구하면 (1)의 경우는 □=51, (2)의 경우

는 □ =50, (3) 의 경우는 □ =48 로 된다 . A 학급의 인원수는 50 명보다 작으므로 (1) 과 (2) 의 경우는 틀리고 (3) 의 경우는 48 명으로 된다 .

이리하여 A, B, C, D 의 매 학급의 인원수는 각각 48 명 , 44 명 , 47 명 , 45 명으로 결정한다 .

해답 83

12 % 의 소금물 500g 속에는

$$500 \times 0.12=60(g)$$

의 소금이 들어있으므로 이 절반을 B 의 그릇에 옮기면 B 의 그릇에는 30g 의 소금이 들어있는 750g(=500+250) 의 소금물로 된다 . 이 절반은 15g 의 소금이 들어있는 375g(=750 ÷ 2) 의 소금물로 되므로 이것을 A 의 그릇에 옮기면 45g(=30+15) 의 소금이 들어있는 625g(=250+375) 의 소금물이 생긴다 .

B 의 그릇에는 15g 의 소금이 들어있는 375g 의 소금물이 남아있으므로 이것을 500g 으로 만들기 위해서는 A 의 그릇에서 125g(=500-375) 의 소금물을 옮겨야 한다 . 이 속에는

$$45 \times \frac{125}{625} = 9(g)$$

의 소금이 들어있으므로 B 의 그릇에 있는 15g 의 소금과 합하면 24g(=15+9) 의 소금으로 된다 . 24g 의 소금이 들어있는 500g 의 소금물의 농도는

$$24 \div 500 = 0.048$$

이므로 4.8 % 이다 .

또한 A 의 그릇에는 36g(=60 − 24) 의 소금이 들어있으므로

$$36 \div 500 = 0.072$$

로부터 7.2 % 의 소금물이 만들어지는것으로 된다 .

해 답 84

160원씩의 같은 액수로 된 마지막상태로부터 거꾸로 생각해본다. 이것은 A와 B가 각각 자기가 가지고있는 돈과 같은 액수의 돈을 C로부터 받았기때문에 받기전은 두 명이다

$$160 \div 2 = 80(\text{원})$$

씩 돈을 가지고있었다. 그러면 C가 가지고있던 돈은

$$160+80 \times 2 = 320\text{원}$$

이였다. A와 B가 80원, C가 320원이라는 돈은 B가 A와 C에게 각각 가지고있는 돈과 같은 액수의 돈을 준 결과이다. 그러므로 B로부터 받기전에 가지고있던 돈은 A가

$$80 \div 2 = 40(\text{원})$$

이고 C는

$$320 \div 2 = 160(\text{원})$$

이다. 이리하여 B가 가지고있던 돈은

$$80 + (40 + 160) = 280(\text{원})$$

으로 된다.

A가 40원, B가 280원, C가 160원이라는 돈은 A가 B와 C에게 매 사람이 가지고있던 돈과 같은 액수의 돈을 준 결과이다. 그러므로 A로부터 받기전의 돈은 B가

$$280 \div 2 = 140(\text{원})$$

이고 C가

$$160 \div 2 = 80(\text{원})$$

이다. 또한 A가 가지고있던 돈은

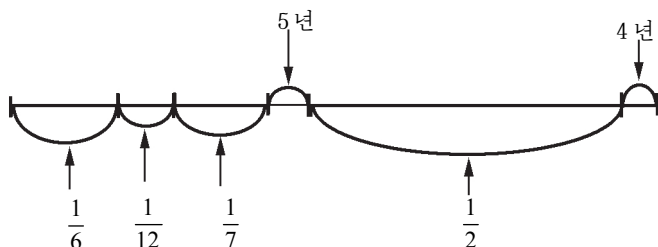
$$40 + (140 + 80) = 260(\text{원})$$

으로 된다. 이리하여 세사람이 처음에 가지고있은 돈은 A가 260원, B가 140원, C가 80원이였다.

해 답 85

먼저 디오판토스의 한생을 그림으로 그려본다. 그러면 결혼전은 소년시절이 $\frac{1}{6}$, 청년시절이 $\frac{1}{12}$, 그후 독신시절이 $\frac{1}{7}$이고 이것을 더하면

$$\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{7}=\frac{11}{28}$$

로 된다.

한편 결혼한 후는 아이가 있기까지가 5년, 아이가 죽기까지가 $\frac{1}{2}$, 아이가 죽은 후가 4년이다. 이리하여 5년과 4년을 더한 9년동안을 빼면나머지는

$$\frac{11}{28}+\frac{1}{2}=\frac{25}{28}$$

로 된다. 이 $\frac{25}{28}$는 디오판토스의 한생을 1로 보았을 때이므로 그 차인

$$1-\frac{25}{28}=\frac{3}{28}$$

이 9년동안과 맞먹는다. 이로부터 디오판토스의 한생은

$$9\div\frac{3}{28}=84(\text{년})$$

으로 되고 84살까지 살았다.

해 답 86

먼저 무게가 12g짜리부터 차례로 만들어가면 17g짜리는 다음과 같이 된다.

$$12g=4g \times 3$$
$$13g=?$$
$$14g=7g \times 2$$
$$15g=4g \times 2 + 7g \times 1$$
$$16g=4g \times 4$$
$$17g=?$$

로 된다. 이로부터 만들어지지 않는 무게는 13g과 17g의 두개라는것을 알수 있다. 그러나 18g이상의 무게는 모두 만들수 있다는것을 말하지 않으면 13g, 17g 이외에도 만들수 없는 무게가 있을지도 모른다.

그래서 18g에서 21g까지를 만들어보면

$$18g=4g \times 1 + 7g \times 2$$
$$19g=4g \times 3 + 7g \times 1$$
$$20g=4g \times 5$$
$$21g=7g \times 3$$

으로 된다. 여기서 18g에서 21g까지의 련이은 네개의 무게는 만들어졌다. 그러면 여기에 4g을 하나 더함으로써 22g에서 25g까지의 련이은 네개의 무게도 만들수 있다. 마찬가지로 4g을 차례로 더해가면 어떠한 무게도 만들수 있다.

여기서 이밖에도 만드는 방법이 여러가지 있다.

해 답 87

빈병이 7병으로 되면 반드시 새 우유와 바꾸는것으로 하면 자기에게 남는 빈병의 개수는 0병에서 6병사이이다. 그러나 새 우유는 그 자리에서 마신다고 하면 자기에게

있는 빈병이 0병으로는 될수 없다. 마지막에 마신 우유의 빈병이 자기에게 남아있기때문이다. 그러나 1년동안에 마신 우유의 총수로부터 자기에게 있는 빈병수를 빼면 나머지는 새우유와 바꾸기 위한 빈병이므로 그 수는 7로 나누어진다. 그래서 347을 7로 나누면

$$347 \div 7 = 49 \cdots \text{나머지 } 4$$

이므로 347병을 다 마신 후의 빈병수는 네병이다. 나머지 343병 (=347 − 4)는 새것과 바꾸는데 썼기때문에 빈병과 바꾼 우유는 모두 49병이다. 이리하여 돈으로 산 우유의 총수는

$$347 - 49 = 298(\text{병})$$

이다.

이 방법이 리해하기 힘들 때는 처음에 298병을 돈으로 사고 나머지는 빈병과 바꾼 우유만을 마신다고 생각하자. 그러면

$$298 \div 7 = 42 \cdots \text{나머지 } 4$$

로부터 42병의 우유를 처음에 마시고

$$(42+4) \div 7 = 6 \cdots \text{나머지 } 4$$

로부터 6병의 우유를 두번째에 마시고

$$(6+4) \div 7 = 1 \cdots \text{나머지 } 3$$

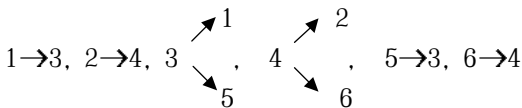
으로부터 한병의 우유를 세번째에 마실수 있다. 이 합은

$$298 + 42 + 6 + 1 = 347(\text{병})$$

으로 된다.

해답 88

먼저 주사위를 던져서 나온 수자의 차가 2로 될 때를 생각하자. 큰 주사위의 점의 개수를 1에서 6까지 순서대로 바꾸어보면 그것에 따라 작은 주사위의 점의 개수는 다음과 같이 된다.

$$1 \to 3,\ 2 \to 4,\ 3 \begin{smallmatrix} \nearrow 1 \\ \searrow 5 \end{smallmatrix},\ 4 \begin{smallmatrix} \nearrow 2 \\ \searrow 6 \end{smallmatrix},\ 5 \to 3,\ 6 \to 4$$

로 된다. 이 무이는 8가지이다.

다음으로 나온 수자의 적이 짝수로 될 때를 생각한다.이것은 두개의 주사위가운데서 어느 한 수자가 짝수이거나 둘다 짝수일 때이다. 그러나 이 경우를 생각하는 것보다 나온 점의 수자의 적이 홀수로 되는 거꿀경우를 생각하는것이 나을것이다. 적이 홀수일 때는 어느 주사위의 점의 수자도 1, 3, 5에서 어느 하나이므로 모두

$$3 \times 3 = 9(\text{가지})$$

의 무이방법이 있다. 한편 두개의 주사위에 나오는 수자의 무이는

$$6 \times 6 = 36(\text{가지})$$

이므로 나머지

$$36 - 9 = 27(\text{가지})$$

은 나온 수자의 적이 짝수로 될 때이다. 이것을 정면으로부터 착수하여나타난 점의 개수의 적이 짝수로 되는 경우를 생각하는것은 중복이나 셈에서 놓칠 우려가 있다.

해 답 89

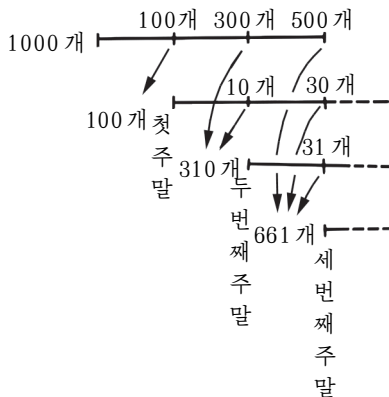
새 기계를 쓰면 1000개의 부분품이 모두 새것이다. 그 10%인 100개의 부분품을 첫주말에, 30%인 300개를 두번째 주말에, 60%인 600개를 세번째 주말에 바꾸게 된다. 그러면 첫번째 주말에 바꾼 100개의 부분품에 대하여서도 그 10%인 10개를 두번째 주말에, 30%인 30개를 세번째 주말에, 60%인 60개가 네번째 주말에 바꾸게 된다. 이리하여 두번째 주말에 바꾸게 되는 부분

품의 개수는

$$300 + 10 = 310(\text{개})$$

이다.

세번째 주말에 바꾸게 되는 부분품의 개수도 꼭같이

생각하면 나온다. 그러나 그 내용이 복잡해지므로 왼쪽 그림과 같이 묶어서 설명한다. 그러면 처음의 1000개가운데서 60%인 600개와, 첫주말에 바꾼 100개가운데서 30%인 30개와, 두번째 주말에 바꾼 310개가운데서 10%인 31개가 모두 세번째 주말에 바꾸어진다. 이 합은

$$600 + 30 + 31 = 661(\text{개})$$

로 된다.

해답 90

A가 귤만을 사면 그 개수는

$$1395 \div 15 = 93(\text{개})$$

이다. 그러면 귤 10개와 사과 3개가 어느것도 다 150전이므로 A가 사려는 사과와 귤의 무이는

사과	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
귤	93	83	73	63	53	43	33	23	13	3
합	93	86	79	72	65	58	51	44	37	30

이다. 이로부터 사과와 귤의 총 개수는 93개에서 7개씩

줄어들어 30개로 된다.

B가 될수록 귤을 많이 사면 귤의 총값이 20전의 곱절수이므로 사과를 2개만 사야 한다. 이때 귤의 개수는

$$(1670 - 45 \times 2) \div 20 = 79(개)$$

이다. 그러면 귤 9개와 사과 4개가 다 180전이므로 B가 사려는 사과와 귤의 무이는

귤	79	70	61	52	43	34	25	16	7
사과	2	6	10	14	18	22	26	30	34
합	81	76	71	66	61	56	51	46	41

이다. 이로부터 사과와 귤의 총 개수는 81개에서 5개씩 줄어들어 41개로 된다.

사과와 귤의 총 개수가 A와 B가 같아지는것은 51개일 때뿐이고 그때 A의 사과의 개수는 18개이다.

해답 91

1000m의 철다리와 1500m의 굴에서는 차가 500m이다. 한편 여기를 통과하는데 필요한 시간은 각각 50초, 70초이므로 그 차는 20초이다.결국 500m를 통과하는데 20초 걸린것으로 되여 기차는 1초동안에

$$500 \div 20 = 25(m)$$

간다. 그러면 이 속도로 50초 걸리는 철다리에서는 통과한 길이가

$$25 \times 50 = 1250(m)$$

이다. 이가운데서 철다리가 1000m이므로 기차의 길이는

$$1250 - 1000 = 250(m)$$

로 된다.

그런데 기차의 속도를 20% 늦추면 속도는

$$25 \times (1 - 0.2) = 20(\mathrm{m}/초)$$

로 된다. 이 속도로 9270m의 굴을 통과하는데는 기차의 길이도 고려하면 굴에 들어가기 시작해서부터 다 나올때까지

$$9270+250=9520(\mathrm{m})$$

가는것으로 된다. 이 거리를 가는데 필요한 시간은

$$9520 \div 20=476(초)$$

이고 분으로 고치면 7분 56초이다.

해답 92

국어와 수학에 대한 두 점수를 더하면 B는 121점이다. A는 B보다 13점 높았기때문에 A의 점수는

$$121+13=134(점)$$

이다. 그런데 B의 수학점수는 A보다 26점 높았으므로 만일 B가 A와 같은 점수를 받았다면 B의 두 과목의 점수는

$$121 - 26=95(점)$$

으로 떨어진다. 그런데 A의 134점과 B의 95점을 비교해보면 수학점수는 같다고 했기때문에 차인

$$134-95=39(점)$$

은 국어점수의 차로 된다. 그런데 A의 국어점수는 B의 국어점수의 2배였다. 이로부터 39점은 B의 국어점수 그자체로 되고 A의 국어점수는

$$39 \times 2=78(점)$$

으로 된다. 그러면 A의 수학점수는

$$134 - 78=56(점)$$

으로 되고 B의 수학점수는

$$121 - 39=82(점)$$

으로 된다.

생각하는 방법을 주면 간단한것 같지만 퍽 사고력을 요구하는 문제였다.

해 답 93

어린이 20명과 어른 세명으로 9원 15전이지만 어린이의 료금은 10명이상이면 10% 눅어지므로 이 20명의 어린이의 료금은 눅어진 료금이다. 그러면 20명의 10%는 2명이므로 눅어지지 않은 상태의 료금으로 생각하면 어린이 18명과 어른 3명으로 9원 15전이 된다. 한편 어린이 7명과 어른 2명으로 4원 10전인데 이것은 본래그대로의 료금이다.

이제 어린이 18명과 어른 3명으로 9원 15전이라는 관계를 그대로 $\frac{2}{3}$배씩 해본다. 그러면

$$18\times\frac{2}{3}=12,\ 3\times\frac{2}{3}=2$$

$$915\times\frac{2}{3}=610\text{ 전}$$

의 계산으로부터 어린이 12명과 어른 2명으로 6원 10전의 료금으로 된다. 여기서는 어린이료금이 그대로이기때문에 어린이 7명과 어른 2명으로 4원 10전이라는 료금과 비교하면 어린이 5명에 2원의 료금으로 된다. 이로부터 어린이 한명의 료금은

$$2(\text{원})\div 5=40\text{ 전}$$

으로 된다. 그러면 어린이 7명으로

$$400\times 7=2\text{ 원 }80\text{ 전}$$

으로 되므로 어른 2명에

$$4(\text{원})\ 10(\text{전})-2(\text{원})\ 80(\text{전})=1(\text{원})\ 30(\text{전})$$

으로 되고 어른 한명의 료금은

1(원) 30(전)÷ 2=65(전)

으로 된다. 이 문제에서는 어린이 20명에 대해서 10% 떨군 값을 어린이 18명에 대해서 본래의 료금으로 보는 것이 요점이였다.

해답 94

1g과 3g짜리 추로는 수자만 쓰면

1, 3, 4

의 세가지를 잴수 있다. 여기에 9g짜리 추를 더 첨가하면 이것들에 9를 더한

9, 10, 12, 13

도 잴수 있으므로 모두 7가지이다. 여기에 27g짜리 추를 첨가하면 이것들에 27을 더한

27, 28, 30, 31, 36, 37, 39, 40

도 잴수 있으므로 모두 15가지이다. 여기에 81g짜리 추를 첨가하면 이것들에 81을 더한

81, 82, 84, 85, 90, 91, 93, 94, 108, 109, 111, 112, 117, 118, 120, 121

도 잴수 있으므로 모두 31가지이다.

다음으로 어느 접시에 올려놓아도 된다고 하면 오른쪽에 3g, 왼쪽에 1g짜리 추를 올려놓고 차인 2g(=3-1)도 잴수 있다. 이리하여 1g과 3g짜리 추로는 1g에서 4g까지의 모든 무게를 잴수 있다. 여기에 9g짜리 추를 첨가하면 접시에 1g에서 4g까지를 9g과 더하거나 9g에서 덜거나 한것도 잴수 있으므로 5g에서 13g까지의 모든 무게를 잴수 있다. 이리하여 1g에서 13g까지의 무게를 모두 잴수 있다. 여기에 27g짜리 추를 첨가하면 1g에서 13g까지를 27g과 더하거나 27g에서 덜거나 한것도 잴

수 있으므로 전체적으로 1g에서 40g까지의 모든 무게를 잴수 있다. 여기에 81g짜리 추를 첨가하면 1g에서 40g까지를 81g과 더한것과 81g에서 던것도 잴수 있으므로 1g에서 121g까지의 모든 무게를 잴수 있다.

해답 95

아버지의 나이는 두 아들의 나이의 합의 5배이므로 6년후에 아버지의 나이는 두 아들의 나이의 합의 5배에 6을 더한것이다. 한편 6년후에 두 아들의 나이의 합은 현재의 두 아들의 나이의 합에 12(=6×2)를 더한것이다. 이 2배도 6년후에 아버지의 나이로 되므로 두 아들의 나이의 합의 2배에 24(=12×2)를 더한것도 6년후의 아버지의 나이이다. 이리하여 두 아들의 나이의 합의 5배에 6을 더한것과 두 아들의 나이의 합의 2배에 24를 더한것이 어느것이나 6년후의 아버지나이로 되므로 두 아들의 나이의 합의 3배(=5－2)는 18(=24－6)로 된다. 이리하여 두 아들의 나이의 합은

$$18 \div 3 = 6 (\text{살})$$

로 되고 아버지의 나이는 그 5배인 30살로 된다.

다음으로 두 아들의 나이를 생각하면 3년후에는 맏아들의 나이가 둘째아들의 나이의 3배로 된다. 3년후의 두 아들의 나이의 합은 12살(=6+3×2)이므로 이것을 3으로 나눈 4살이 3년후의 둘째아들의 나이로된다. 이리하여 현재 둘째 아들의 나이는 한살로 되고 맏아들의 나이는 5살(=6－1)로 된다.

이것으로 아버지의 나이는 30살, 맏아들의 나이는 5살, 둘째아들의 나이는 한살로 된다.

해 답 96

E의 이야기에서 E의 앞에 두사람이상 있었고 E의 뒤에 C가 있었다. 그러므로 E는 3등이거나 4등이고 C까지 써넣으면 옆의 세가지로 될것이다. 다음으로 D의 이야기에서 알수 있는것은 B가 D의 바로 앞에서 달렸다는것이다. 그러면 E가 3등일 때 B가 1등이고 D가 2등으로 된다. 그러나 E가 4등일 때 B는 1등이든가 2등으로 된다. 이것으로 지금까지의 이야기에서 네가지를 생각할수 있다. 그런데 마지막에 빈자리에 A를 넣으면 A의 뒤에 두 사람이 있었다는 말에서 네가지가운데서 세가지는 맞지 않는것으로 된다. 이리하여 B가 1등, D가 2등, A가 3등, E가 4등, C가 5등으로 된다.

1등	2등	3등	4등	5등
		E	C	
		E		C
			E	C

1등	2등	3등	4등	5등
B	D	E	C	
B	D	E		C
B	D		E	C
	B	D	E	C

1등	2등	3등	4등	5등
B	D	E	C	×
B	D	E	×	C
B	D	A	E	C
×	E	D	E	C

해 답 97

A상점은 7200원을 벌었는데 만일 같은 개수의 상품을 본래값보다 20% 눅게 팔았다고 하면

$$7200 \times 0.2 = 1440(원)$$

만큼 적게 버는것으로 된다. B상점은 실제로 본래값보다 20% 눅게 팔았지만 판 개수가 A상점보다 15개 많았으므로 이 감소를 피할수 있게 되였다. 그리고 판 값이 A상점과 B상점이 같아졌으므로 줄어든 값인 1440원이 15개분의 값으로 된다. 이리하여 B상점에서는 상품 한개를

$$1440 \div 15 = 96(원)$$

으로 팔았다. 그러면 이것이 20% 눅게 판 값이므로 본래값은 한개에

$$96 \div (1 - 0.2) = 120(원)$$

으로 된다. 이로부터 A상점이 판값이 7200원으로 되려면

$$7200 \div 120 = 60(개)$$

의 상품을 판것으로 된다. 또한 B상점에서는 한개가 96원으로 75개(=60+15) 팔았으므로 판 값이 역시

$$96 \times 75 = 7200(원)$$

으로 된다.

해 답 98

공이 가장 많이 들어있는것은 A이므로 B는 그보다 4개 적어진다. 그러면 B와 C의 차는 3개이므로 C는 A보다 7개 적든가 한개 적다. 7개 적을 때에는 C와 D의 차가 두개이므로 D는 A보다 9개 적든가 5개 적다. 또한 한개 적을 때는 A가 가장 많으므로 D는 A보다 3개 적어진다. 이것으로 세 경우가 얻어졌으므로 각각에 대

하여 A의 개수를 구하여본다.

먼저 C가 A보다 7개 적고 D가 A보다 9개 적을 때는 A의 개수는

$$(144+4+7+9) \div 4=41(개)$$

이다. 이것은 40개이상이므로 맞지 않는다. 다음으로 C가 A보다 7개 적고 D가 A보다 5개 적을 때 A의 개수는

$$(144+4+7+5) \div 4=40(개)$$

이다. 이것도 40개이상이므로 맞지 않는다. 마지막으로 C가 A보다 한개 적고 D가 A보다 3개 적을 때 A의 개수는

$$(144+4+1+3) \div 4=38(개)$$

이다. 이것은 39개이하이므로 맞는다. 따라서 다른 자루도 계산하면 B는

$$38-4=34(개)$$

C는

$$38-1=37(개)$$

D는

$$38-3=35(개)$$

로 된다.

해답 99

물면우에 A, B, C의 막대기가 각각 $\frac{1}{3},\frac{1}{4},\frac{1}{5}$ 나와있으므로 물속에 잠겨있는 부분은

$$\frac{2}{3},\frac{3}{4},\frac{4}{5}$$

이다. 이제 어느 막대기도 물속에서의 길이가 같으므로 세 분수의 분자가 같아지도록 조절하면 물속에 있는 부

분은

$$\frac{12}{18}, \frac{12}{16}, \frac{12}{15}$$

로 쓸수 있다.

물의 깊이를 12㎝라고 가정하면 A막대기는 18㎝, B막대기는 16㎝, C막대기는 15㎝로 되고 총 길이는

$$18+16+15=49(㎝)$$

이다. 이것으로는 총 길이가 모자라므로 물의 깊이를 몇배하면 되겠는가를 생각한다. 이것은 막대기의 길이의 합을 49㎝로 나누면 구해지므로

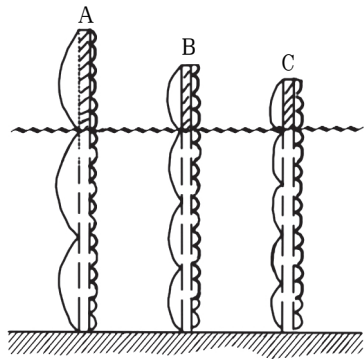
$$147 \div 49=3$$

으로 된다. 이리하여 물깊이는

$$12 \times 3=36(㎝)$$

이고 막대기의 길이는

$$A:18 \times 3=54(㎝)$$
$$B:16 \times 3=48(㎝)$$
$$C:15 \times 3=45(㎝)$$

로 된다.

해답 100

A는 6분마다 한바퀴 돌고 B는 7분마다 한바퀴 돌기때문에 B는 한바퀴 돌 때마다 1분씩 늦어진다. 그런데 B는 A보다 1분 늦어떠났으므로 다섯바퀴만에는 6분 늦어서 출발지점을 동시에 통과한다. 이 시간은 A가 출발해서부터

$$1+7 \times 5=36(분)$$

후이다. 이후는 6바퀴마다 (42분마다) 동시에 통과하므로

36분, 78분, 120분, 162분, 204분, …

등으로 된다.

C는 B보다 5분후에 출발하고 그 B는 A보다 1분후에 출발하였으므로 A보다 6분후에 출발하고있다. 이리하여 A가 꼭 한바퀴 돌 때 C는 출발하고있다. 이후는 A가 6분마다 한바퀴 돌고 C가 11분마다 한바퀴 돌기때문에 A 와 C는 66분마다 출발지점을 동시에 통과하는것으로 된다. 이 시간은 A가 출발해서부터

6분, 72분, 138분, 204분, …

등으로 된다. 이것과 A와 B가 동시에 통과하는 시간을 비교하면 A, B, C가 동시에 출발지점을 처음으로 통과하는것은 A가 출발해서부터 204분후로 된다.

그리고 다음과 같이 생각할수도 있다. A와 B가 동시에 통과하는것은 42분마다, A와 C가 동시에 통과하는것은 66분마다이므로 그 차는 24분이다. 그러면 처음의 통과시간 36분과 6분의 차는 30분이므로 30분에 24분을 차례로 더하여 그 합이 42로 나누어질 때까지 계속한다. 이것은

30, 54, 78, 102, 126

이므로 204분후(36+42 × 4)라는것을 알수 있다.

해 답 101

꺼낸 닭알의 총 개수는

$$1+2+3+\cdots+11+12=78(\text{개})$$

이므로 어느 닭알의 무게도 1개가 50g이라면 총 무게는

$$50\times 78=3900(g)$$

이다. 그런데 실제는 3940g이므로

$$3940-3900=40(g)$$

많아졌다. 이것은 1개가 45g이거나 60g짜리 닭알이 섞여있기때문이며 45g짜리 닭알 1개마다 5g이 줄어들고 60g짜리 닭알 1개마다 10g이 많아지는것으로 된다. 이로부터 45g짜리 닭알은 짝수개로 되므로 통번호와 무게의 감소량을 아래표에서 웃부분과 같이 묶어본다.

45g	통번호	2	4	6	8	10	12
	무 게	-10	-20	-30	-40	-50	-60
60g	무 게	50	60	70	80	90	100
	통번호	5	6	7	8	9	10

그러면 총 40g이 많아진다는데로부터 60g짜리 닭알의 개수도 결정되고 통번호는 표의 아래와 같이 된다. 다만 어느것도 8번통에는 되지 않으므로 45g과 60g짜리 닭알이 들어있는 통의 무이는 2번과 5번, 4번과 6번, 6번과 7번, 10번과 9번, 12번과 10번의 5가지로 된다. 여기에 포함되여있지 않는 통번호는

1번, 3번, 8번, 11번

의 4개이고 여기에는 50g짜리 닭알이 틀림없이 들어있다.

해 답 102

B에서 A에 9마리의 금붕어를 옮기면 B의 금붕어는 9마리 줄어들고 A의 금붕어는 9마리 많아진다. 이것으로 A, B의 금붕어가 같아진다는것은 B의 금붕어가 A의 금붕어보다 18마리 많다는것이다. 또한 B에서 C에 6마리의 금붕어를 옮기면 마리수가 같아진다는데로부터 B의 금붕어는 C의 금붕어보다 12마리 많은것으로

된다. 이리하여 A와 C의 금붕어를 비교하면 C의 금붕어가 A의 금붕어보다

18 − 12=6(마리)

많은것으로 된다.

다음으로 A에서 C에 금붕어를 12마리 옮겼을 때를 생각하자. 이것으로 A의 금붕어는 12마리 줄어들고 C의 금붕어는 12마리 많아지므로C의 금붕어가 A의 금붕어보다 24마리 더 많아진다. 이미 C의 금붕어는A의 금붕어보다 6마리 많았으므로 C의 금붕어가 A의 금붕어보다

6+24=30(마리)

많아진다. 이 상태에서 C의 금붕어가 A의 금붕어의 2배라는것은 A의 금붕어가 30마리, C의 금붕어가 60마리라는것이다. 이리하여 A에서 C에 12마리의 금붕어를 옮기기전에는 A의 금붕어가

30+12=42(마리),

C의 금붕어가

60 − 12=48(마리)

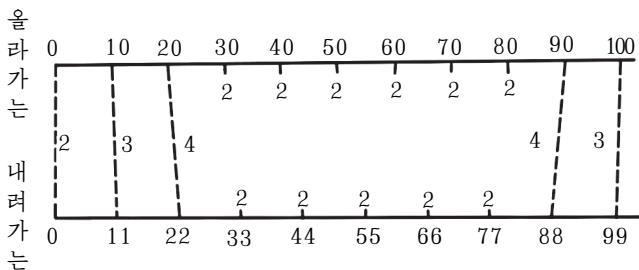
로 된다. 그러면 B의 금붕어는 A의 금붕어보다 18마리 많으므로

42+18=60(마리)

로 된다.

해 답 103

올라가는 전차는 10분간격, 내려가는 전차는 11분간격으로 건늠길을 통과하므로 110분마다에 같은 상태를 되풀이한다. 여기서 올라가는 전차와 내려가는 전차가 동시에 건늠길을 통과할 때를 기준으로 하고 그후의 109분동안의 상태를 생각한다. 그러면 건늠길의 차단봉

이 내려져있는것은 처음에 2분동안, 그다음에 3분동안이라는것과 같이 아래의 그림과 같이 묶을수 있다.

여기에 올라가는 전차와 내려가는 전차를 점선으로 련결한 2, 3, 4의 수자는 건늠길차단봉이 내려져있는 시간(분)을 표시한것이다. 이로부터 109분동안에 건늠길차단봉이 내려지는 회수는 16번, 그 연장시간은 38분(=2 × 12 + 3 × 2 + 4 × 2)이라는것을 알수 있다.

이 건늠길을 하루에 통과하는 전차는 올라가는 전차가 89대, 내려가는 전차가 81대이고 올라가는 첫 전차와 내려가는 첫 전차가 동시에 통과하면

$$(89-1) \div 11=8, \qquad (81-1) \div 10=8$$

로부터 올라가는 마지막전차와 내려가는 마지막전차도 동시에 이 건늠길을 통과한다. 그러므로 마지막전차를 위하여 내려지는 건늠길차단봉을 생각하면 하루에 차단봉을 내리는 회수는

$$16 \times 8+1=129(\text{번})$$

이고 그 연장시간은

$$38 \times 8+2=306(\text{분})=5\text{시간 } 6\text{분}$$

으로 된다.

해 답 104

1전에서 9전까지를 될수록 적은 수로 표시하면 1전짜리 우표 한장으로 1전, 1전짜리 우표 두장으로 2전, 3전짜리 우표 한장으로 3전, 1전짜리 우표 한장과 3전짜리 우표 한장으로 4전, 1전짜리 우표 두장과 3전짜리 우표 한장으로 5전, 3전짜리 우표 두장으로 6전, 1전짜리 우표 한장과 3전짜리 우표 두장으로 7전, 1전짜리 우표 두장과 3전짜리 우표 두장으로 8전, 3전짜리 우표 석장으로 9전이다. 이것은 넉장이 가장 많으므로 나머지 6장을 10전짜리 우표와 20전짜리 우표에 맞추어본다. 그러면 120전까지가 10전단위로 표시되므로 129전까지는 정확히 나타낼수 있다. 여기서 10전짜리 우표 한장과 20전짜리 우표 6장으로 130전을 나타내면 1전짜리 우표와 3전짜리 우표를 두장씩 쓰는 138전이 표시되지 않는다. 이 138전이 10장까지의 무이로 나타낼수 없는 가장 작은 금액이다.

다음으로 몇종류의 금액을 나타낼수 있는가를 생각하자. 130전단위는 138전을 제외한 9종류이다. 그러면 140전도 20전짜리 우표 7장으로 만들수 있으므로 148전을 제외한 9종류이다. 다음의 150전은 10전짜리 우표 1장과 20전짜리 우표 7장, 160전은 20전짜리 우표 8장이므로 어느것이나 8장이다. 그러면 나머지 2장을 1전짜리 우표와 3전짜리 우표에 쓰므로 쓰지 않을 때도 포함하여 0전, 1전, 2전, 3전, 4전, 6전인 6종류이다. 다음의 170전은 10전짜리 우표 1장과 20전짜리 우표 8장, 180전은 20전짜리 우표 9장이다. 나머지 1장으로는 쓰지 않을 때에도 포함되여 0전, 1전, 3전인 3종류를 나타낼수 있다. 다음의 190전은 10전짜리 우표 1장

과 20전짜리 우표 9장, 200전은 20전짜리 우표 10장이므로 어느것이나 10장 쓰고있으므로 1종류이다. 이리하여 모두

$$129+(9+6+3+1)\times 2=167(\text{종류})$$

의 금액이 10장까지의 무이로 나타낼수 있다.

해답 105

《가》는 A를 세개, B를 두개, C를 한개 사려는것을 A를 한개, B를 두개, C를 세개 사고말았다. 그러므로 C를 두개 많이 사고 A를 2개 적게 산것이다. 이 결과 700원 많아졌다는것은 C 두개의 값이 A 두개의 값보다 700원 더 많다는것으로서 C 한개의 값은 A 한개의 값보다 350원 많다는것으로 된다.

《나》는 A를 세개, B를 두개, C를 1개 사려는것을 A를 세개, B를 한개, C를 두개 사고말았다. 그러므로 C를 한개 많이 사고 B를 한개 적게 산것으로 된다. 이 결과 250원 더 많아졌다는것은 C 한개의 값이 B한개의 값보다 250원 더 많다는것이다. 이리하여 C 한개의 값은 A 한개보다 350원 많고 B 한개보다 250원 많아졌다.

그런데 A, B, C 하나씩의 총값은 900원이다. 그러면 여기에 C와 A의 차인 350원과 C와 B의 차인 250원을 더하면 C 세개의 값으로 될것이다. 이리하여 C 한개의 값은

$$(900+350+250)\div 3=500(\text{원})$$

으로 된다. 그러면 A는 이보다 350원 눅으므로

$$500-350=150(\text{원})$$

으로 되고 B는 250원 눅으므로

$$500-250=250(\text{원})$$

으로 된다.

해 답 106

C의 신호종은 28분후에 121번째 울리기 시작했으므로 28분동안에 120번 되풀이한다. 그러므로 되풀이되는 간격은

$$28 \times 60 \div 120 = 14(초)$$

이고 매번 8초동안 울리지 않으므로 울리는 시간은 6초(=14 − 8)이다. 그러면 A, B, C, D는 1:2:3:4의 비률로 계속 울리므로 A는 2초, B는 4초, C는 6초, D는 8초로 된다. 이리하여 네개의 신호종이 되풀이하는 간격은 거기에 8초동안의 휴식을 더한 10초, 12초, 14초, 16초로 된다.

그런데 C는 14초마다 되풀이하고 D는 16초마다 되풀이하므로 이 두 신호종을 한조로 생각하면 최소공통배수인 112초마다에 되풀이한다. 이리하여 처음에 네개의 신호종이 동시에 울리기 시작해서 1분 52초후에 C와 D의 신호종이 처음으로 동시에 울리기 시작한다.

다음으로 A신호종은 처음에 2초 계속 울리고 그후는 10초마다에 같은 동작을 되풀이하므로 멎는것은

2초, 12초, 22초, 32초, 42초, 52초, …

지났을 때이다. 또한 B신호종은 처음에 4초 계속 울리고 그후는 12초마다에 같은 동작을 되풀이하므로 멎는것은

4초, 16초, 28초, 40초, 52초, …

지났을 때이다. 이로부터 A와 B의 신호종이 처음으로 동시에 멎는것은 네개의 신호종이 동시에 울리기 시작해서 52초후이다.

해 답 107

A는 C를 12분마다 따라앞서므로 A가 12분동안에 달린 거리에서 C가 12분동안에 달린 거리를 덜면 꼭 운동장을 한바퀴 도는 거리로 된다. 또한 B는 C와 2분마다 만나므로 B가 2분동안에 달린 거리와 C가 2분동안에 달린 거리를 더하여도 역시 운동장을 한바퀴 도는 거리로 된다. 이로부터 A가 12분동안에 달린 거리는 B가 2분동안에 달린 거리와 C가 14분동안에 달린 거리를 더한것으로 되고 C가 14분동안에 달린 거리는 A가 12분동안에 달린 거리에서 B가 2분동안에 달린 거리를 던것으로 된다.

그런데 A가 13분동안에 달린 거리와 B가 15분동안에 달린 거리는 같았다. 여기서 A가 가령 1분동안에 300m 달린다고 하면 B는 1분동안에 260m 달리는것으로 된다. 그러면 A는 12분동안에

$$300 \times 12 = 3600(\mathrm{m})$$

달리고 B는 2분동안에

$$260 \times 2 = 520(\mathrm{m})$$

달린다. 이 차인

$$3600 - 520 = 3080(\mathrm{m})$$

를 C는 14분으로 달리므로 C는 1분동안에

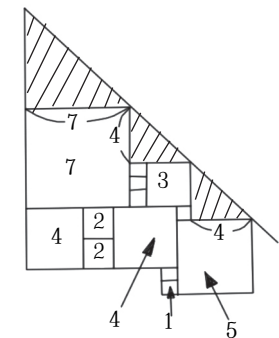
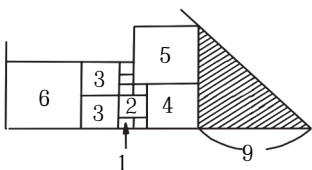
$$3080 \div 14 = 220(\mathrm{m})$$

달린다. 이리하여 B와 C의 속도의 비는

$$260:220 = 13:11$$

로 된다.

해 답 108

오른쪽 그림에서 화살표로 표시한것과 같이 맨밑에 있는 작은 바른4각형의 한변의 길이를 가령 1이라고 본다. 그러면 그우에 있는 바른4각형의 한변의 길이는 2이고 그 왼쪽에는 3인 바른4각형이 2개 그리고 그 왼쪽에는 6인 바른4각형이 하나 놓인다. 이로부터 오른쪽에 있는 두 바른4각형의 한변의 길이도 4와 5로 되고 오른쪽 아래에 있는 직각2등변3각형의 한변의 길이는 9로 된다.

다음은 왼쪽 그림에서 화살표로 나타낸 4와 1과 5의 바른4각형으로부터 우로 올라간다. 그러면 모든 바른4각형의 길이가 순서대로 결정되여 빗선을 친 세 직각2등변3각형의 한변의 길이는 아래로부터 차례로 4, 4, 7로 된다.

이 치수로 해나가면

$$AD=DE=7,\ EF=4,\ FB=6$$

으로 되고 AB의 길이는

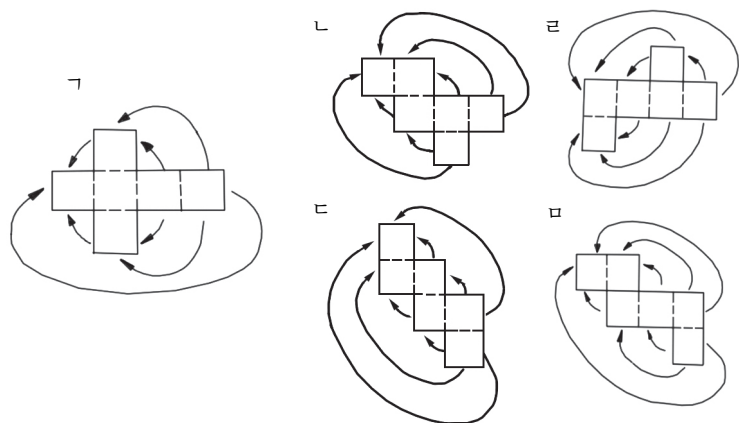
$$AB=AD+DE+EF+FB=7+7+4+6=24$$

이다. 실지길이는 8㎝이므로 지금까지의 길이를 3(=24÷8)으로 나누면 실지길이로 된다. 이리하여 빗선을 친 네개의 직각3각형의 면적의 합은

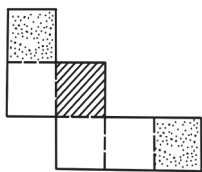
$$\left(\frac{9}{3}\times\frac{9}{3}+\frac{4}{3}\times\frac{4}{3}+\frac{4}{3}\times\frac{4}{3}+\frac{7}{3}\times\frac{7}{3}\right)\div 2=9(\text{cm}^2)$$

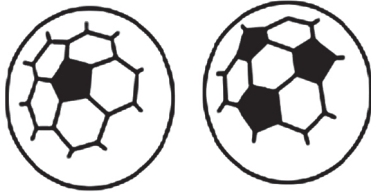
로 된다.

해 답 109

눈으로 보고도 알수 있는것이 있지만 개별적으로 해보는것이 정확하다. 그러자면 어느 변과 어느 변이 붙는

가를 살펴보아야 하는데 ㄱ에 대해서는 웃그림과 같이 된다. 이것으로 어느 변도 잘 붙으므로 바른6면체가 만들어진다. 같은 방법으로 살펴보면 ㄴ, ㄹ, ㅁ, ㅂ에 대해서는 우의 그림과 같이 맞붙는 상대쪽변을 찾을수 있다.

그러나 ㄷ에 대해서는 붙는 상대쪽변을 잘 찾을수 없다. 이것을 명확히 하기 위해서는 왼쪽 그림과 같이 1개의 바른

4각형에 빗선을 치고 그것을 밑면으로 한 바른6면체를 생각하는것이 좋을것이다. 점으로 표시한 두개의 바른4각형이 겹치여 웃면의 바른4각형이 생기지 않는다. 그러나 각각의 전개도를 주의깊게 관찰하지 않으면 틀릴수 있는 문제이다.

해 답 110

축구공의 겉면에 표시되여있는 5각형과 6각형의 개수를 실지로 세여보지 않아도 서로 어떻게 이어져있는가를 알아보면 5각형과 6각형의 개수의 비가 구해진다. 하나의 5각형의 둘레에는 5개의 6각형이 꼭 놓여있다. 그러므로 그 6각형들을 반복하여 세여보면 6각형의 개수는 5각형의 개수의 5배로 된다. 다음으로 매개 6각형이 몇번씩 반복되여 세여지는가를 알아본다. 이 회수는 같은 6각형이 몇개의 5각형으로부터 반복하여 세여졌는가 하는 회수로서 매 6각형에 이어져있는 5각형의 개수이다. 아래의 그림을 보면 어느 6각형의 둘레에도 반드시 3개의 5각형이 이어져있다. 이리하여 6각형은 모두 세번씩 반복하여 세여진것으로 되고 $\frac{5}{3}$배(=5÷3)가 반복되지 않는 비률로 된다. 이로부터 5각형과 6각형의 개수의 비는 3:5이다.

실지로 축구공의 겉면에 있는 5각형과 6각형의 개수를 세여보면 5각형이 12개, 6각형이 20개이고 개수의 비는 확실히

$$12:20=3:5$$

로 되여있다.

해 답 111

A의 구멍을 따라 B의 이바퀴가 몇번 돌아가면 원주필이 완전히 본래와 같은 상태로 돌아오는가를 살펴본다. A는 96개의 이발이 있고 B는 36개의 이발이 있

으므로 어느쪽이나 꼭 나누어지는 최대의 옹근수를 리용하면

$$96=12 \times 8$$

$$36=12 \times 3$$

이다. 그러므로 이발이

$$12 \times 8 \times 3=288(\text{개})$$

맞물린 직후를 생각하면 A의 구멍은

$$288 \div 96=3(\text{회전})$$

이고 B의 이바퀴는

$$288 \div 36=8(\text{회전})$$

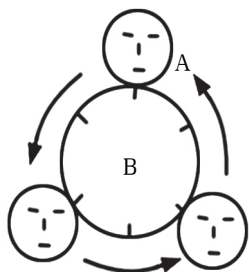
이다. 그러므로 B의 이바퀴는 A의 구멍을 따라 자체로 8번 돌면 본래와 같은 상태로 돌아온다. 이로부터 원주필이 A의 구멍에 가장 가까와지는것은 8번이라는것이다. 그 이후는 앞에서 그린 선을 따라 덧그리게 되므로 그림으로는 나타나지 않는다.

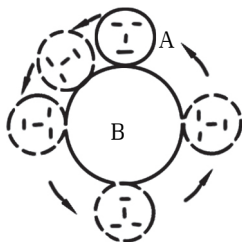
그런데 ㄱ에서부터 ㅂ까지의 그림을 보면 바깥쪽으로 뾰족하게 나온 부분은 ㄱ와 ㄴ가 5개, ㄷ와 ㄹ가 8개, ㅁ가 6개, ㅂ가 12개이다. 이로부터 ㄷ와 ㄹ 이외는 맞지 않는다. 여기서 A의 구멍을 한번 돌아가는사이에 B의 이바퀴는 자체로 몇번 돌아가는가를 생각해본다. 이것은

$$\frac{96}{36}=2\frac{2}{3}(\text{번})$$

이므로 ㄹ는 맞지 않는다. 이리하여 맞는 도형은 ㄷ로 된다.

해답 112

먼저 원판 A의 목부분이 원판 B에 늘 닿으면서도 돌아가지 않고 원판 B의 둘레우를 미끄러져 한바퀴도는 경우를 생각한다. 그러면 원판 A의 목이 늘 원판 B로 향

해있으므로 원판 B를 한번 도는 사이에 원판 A는 자체로도 한번 돌아간다. 그러므로 원판 A가 원판 B의 둘레우를 미끄러지지 않고 한번 돌때는 원판 B의 원둘레의 길이가 원판 A의 원둘레의 길이의 2배이므로 우의 한회전에 2회전을 더한 3회전으로 된다. 이리하여 오른쪽 그림과 같이 원판 B를 1/3 돌 때마다 처음과 같은 방향으로 된다.

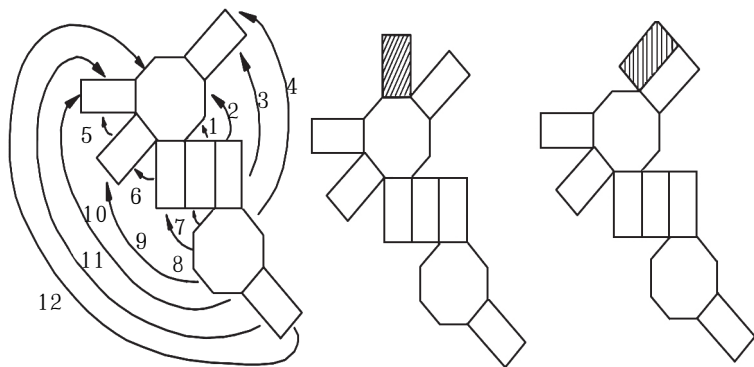
원판 A의 방향을 구하려는 네개의 위치는 각각 원판 B를 $\frac{1}{8}$바퀴, $\frac{1}{4}$바퀴, $\frac{1}{2}$바퀴, $\frac{3}{4}$바퀴 돈 곳이다. 뒤의 두개는 $\frac{1}{3}$바퀴씩 돌 때마다 정면으로 향한다는것을 생각하면

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}(\text{바퀴}) \qquad \frac{3}{4}-\frac{1}{3}\times 2=\frac{1}{12}(\text{바퀴})$$

돌았을 때와 같다. 이리하여 원판 A자체가 돌아간 각으로 보면 각각

$$(\frac{1}{8}\div\frac{1}{3})\times 360=135(\text{도})$$
$$(\frac{1}{4}\div\frac{1}{3})\times 360=270(\text{도})$$
$$(\frac{1}{6}\div\frac{1}{3})\times 360=180(\text{도})$$
$$(\frac{1}{12}\div\frac{1}{3})\times 360=90(\text{도})$$

로 되고 우의 오른쪽 그림이 얻어진다.

해 답 113

왼쪽 그림에서 맞붙이는 두개의 변을 순서대로 대응시켜본다. 그러면 오른쪽은 1, 2, 3, 4까지 가서 더 나아가지 못한다. 여기서 같은 방법을 왼쪽에서도 해보면 5에서 12까지 가서는 더 나아가지 못한다. 이리하여 량쪽에서부터 더 나아가지 못한 곳에 모자라는 직4각형이 있는것이다. 이것을 다시 그려서 완전한 펼친 그림으로 하기 위해서는 화살표가 없는 어느 한 변에 직4각형을 더 그려넣으면 된다. 그러한 방법으로는 네가지가 있는데 그가운데서 두가지를 표시하면 그림과 같이 된다.

또한 풀붙이는 자리의 개수는 화살표로 나타낸 12개 자리외에 다시 그려넣은 직4각형의 세변(한변은 이미 붙어있다.)에 대한것을 더하여 총 15개 자리로 된다.

해 답 114

그릇을 바로 놓고 물을 가득 채우면 물량은

$$10 \times 10 \times 12 = 1200(\text{cm}^3)$$

이다. 이것을 1, 2, 3, 4의 눈금까지 기울이면 한 눈금마다

$$10 \times 10 \times \frac{12}{4} \times \frac{1}{2} = 150(\text{cm}^3)$$

씩 적어지므로 각각의 물량은

$$1200 - 150 = 1050(\text{cm}^3) \cdots 1\text{의 눈금}$$

$$1050 - 150 = 900(\text{cm}^3) \cdots 2\text{의 눈금}$$

$$900 - 150 = 750(\text{cm}^3) \cdots 3\text{의 눈금}$$

$$750 - 150 = 600(\text{cm}^3) \cdots 4\text{의 눈금}$$

으로 되고 5, 6의 눈금에 기울이면 한 눈금마다

$$600 \times \frac{1}{3} = 200(\text{cm}^3)$$

씩 적어지므로

$$600 - 200 = 400(\text{cm}^3) \cdots 5\text{의 눈금}$$

$$400 - 200 = 200(\text{cm}^3) \cdots 6\text{의 눈금}$$

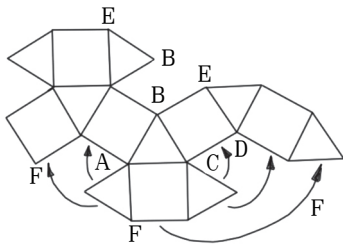
으로 된다.

이로부터 두개의 눈금의 량의 차가 550cm^{3}로 되는 것을 찾으면 되는데 ㄱ는 1, 2, 3, 4의 눈금가운데서 어느 하나일것이다. 그러나 2와 4의 눈금에서는 50cm^{3}의 우수리가 나오지 않으므로 ㄱ는 3의 눈금이고 ㄴ는 6의 눈금이라는것을 인차 알수 있다. 이리하여 3의 눈금이 될 때까지 물을 쏟고 6의 눈금이 될 때까지 비커에 물을 넣으면

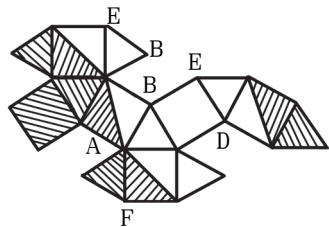
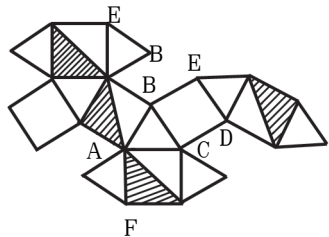
$$750 - 200 = 550(\text{cm}^3)$$

로 된다.

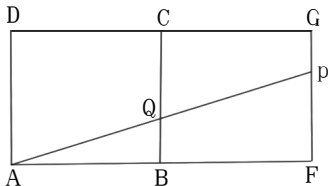
해 답 115

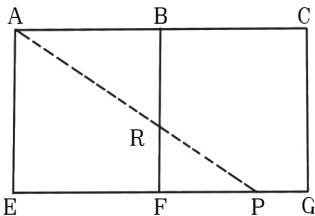
이 립체를 잘 보면 어느 꼭두점에도 바른4각형과 바른3각형이 두개씩 붙어있다. 그러므로 꼭두점 F에도 두개의 바른4각형과 두개의 바른3각형이 있을것이다. 이 문제의 그림 F에는 하나의 바른4각형과 하나의 바

른3각형이 붙어있다. 그러므로 나머지는 하나의 바른4각형과 하나의 바른3각형이다. 여기서 화살표와 같이 맞붙이면 왼쪽에 F를 꼭두점으로 하는 하나의 바른4각형, 오른쪽에 F를 꼭두점으로 하는 하나의 바른3각형을 찾을수 있다. 이리하여 두개의 바른4각형과 두개의 바른3각형으로 된다.

물에 젖은 부분에 대하여서는 웃면의 바른4각형 BCDE의 어느 한 꼭두점과 련결되여있는 네개의 바른4각형에 오른쪽 그림의 웃쪽과 같이 빗선을 친다. 맞붙이는 방법은 본래의 립체를 보면 알것이다. 그러면 이 대각선이 젖은 부분과 젖지 않은 부분의 경계이므로 빗선부분을 이어가면 오른쪽 그림의 아래쪽과 같이 된다.

또한 젖은 부분과 젖지 않은 부분의 면적이 같다는것을 확인하면 답은 완전하다.

해답 116

가장 짧은 길을 바른6면체우에서 구하는것은 힘들다. 먼저 AQ와 QP를 포함하는 두면만을 꺼내서 변 CB를 축으로 하여 평평하게 펼친다. 그러면 오른쪽 그림과 같이 되므로 A와 P를 직선으로 맺고 변 CB와의 사귐점

을 Q라고 한다. AP가 가장 짧은 길로 된다는것은 명백하므로 QB의 길이를 구하면 된다. 3각형 AQB와 3각형 APF는 닮음형이고 AB의 길이는 AF의 길이의 절반이다. 그러므로 QB의 길이도 PF의 길이의 절반으로 되고

$$QB=\frac{PF}{2}=\frac{GF-GP}{2}=\frac{6-2}{2}=2(㎝)$$

로 된다. 다음으로 AR와 RP를 포함하는 두면을 꺼내고 변 BF를 축으로 하여 평평하게 펼친다. 그러면 A와 P를 직선으로 맺은것이 가장 짧은 길이다. 이것과 변 BF와의 사귐점을 R라고 하면 BR의 길이를 구하는것으로 된다. 이번에는 3각형 ABR와 3각형 PFR가 닮음형으로 된다. 그러면 AB=6㎝, PF=4㎝이므로

$$BR:RF=6:4=3:2$$

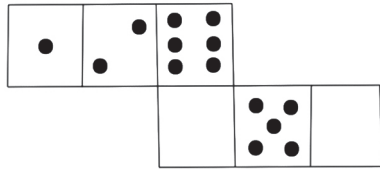
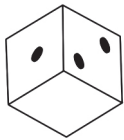
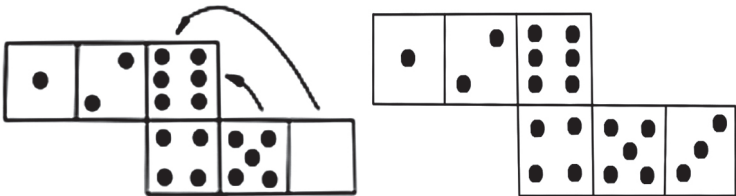
이다. BF의 길이는 6㎝이므로

$$BR=\frac{3}{3+2}\times6=3.6(㎝)$$

로 된다.

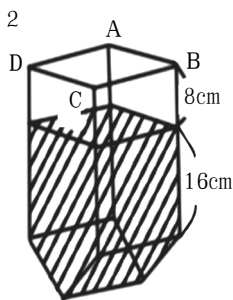
해 답 117

1과 6이 서로 반대쪽 면에 놓여있으므로 2의 오른쪽 옆이 6으로 된다는것은 인차 알수 있을것이다. 또한 2와 3과 6이 보이는 투시도를 보면 2와 6의 위치관계

도 알수 있을것이다. 이로부터 6의 위치는 오른쪽 그림과 같이 되여있다.

6의 아래면이 3, 4가운데서 어느것인가에 대해서는 1과 2의 면을 접어서 왼쪽 그림과 같은 투시도를 만들어본다. 이러한 투시도가 그림과 같이 되리라는것은 보기만 하여도 명백하다. 이것과 1, 2, 3의 면이 보이는 투시도와 비교하면 1과 2의 면의 위치가 반대로 되여있다. 이로부터 6의 면아래는 4가 된다는것을 알수 있다.

5의 오른쪽 옆면에 있는 3에 대해서는 면들의 위치관계를 살펴보아야 한다. 이를 위해서 6과의 위치관계를 왼쪽 그림과 같이 표시하여 3의 면이 어떻게 놓이는가를 화살표로 표시하여 찾는것이 가장 좋을것이다. 이로부터 2, 3, 6이 보이는 투시도에 주의하면 오른쪽과 같은 펼친 그림이 얻어진다.

해답 118

이 그릇에 들어있는 물의 체적은 그림 1에서부터 구하면

$$12 \times 15 \times 18 = 3240(\text{cm}^3)$$

이다. 또한 그림 2와 거꾸로 세운 상태에서는 직6면체

부분의 물의 높이가 16㎝(=24-8)이므로 뾰족하게 올라온 부분의 체적을 직6면체로 고치면 2㎝(=18-16)의 높이에 해당된다. 이로부터 뾰족하게 올라온 부분의 체적은

$$12 \times 15 \times 2=360 \ (㎝^3)$$

로 된다.

한편 이 그릇의 직6면체부분의 체적은

$$12 \times 15 \times 24=4320(㎝^3)$$

이므로 전체의 체적은

$$4320+360=4680(㎝^3)$$

이다. 이것을 그림 3과 같이 가로로 눕히면 높이가 15㎝이므로 밑면적은

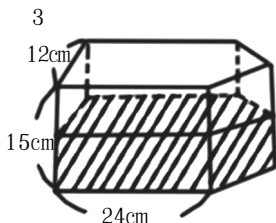
$$4680 \div 15=312(㎝^2)$$

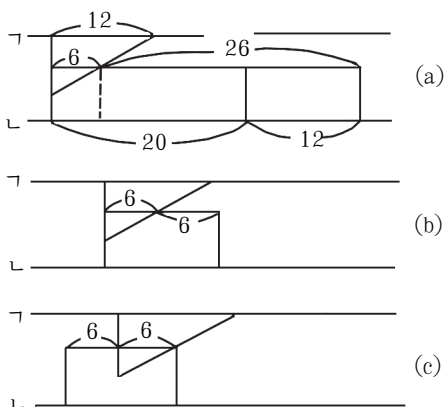
이다. 여기에 깊이가 7.5㎝ 될 때까지 물을 넣으면 물의 체적은

$$312 \times 7.5=2340(㎝^3)$$

이다. 이로부터 버리는 물의 량은

$$3240 - 2340=900(㎝^3)$$

이다.

해 답 119

직4각형 B의 웃변까지의 높이는 직선 ㄴ로부터 6㎝이므로 직선 ㄱ로부터는 3㎝이다. 그러면 직각3각형 A의 아래쪽에 있는 끝점(꼭두점)은 직선 ㄱ에서부터 6㎝이므로 직각3각형과 직4각형이 사귀였을 때 직4각형의 웃변은 직각3각형의 빗변의 가운데점을 지난다. 이

리하여 움직이기 시작하기전의 (a)의 상태에서는 가로 방향의 길이가 그림과 같이 된다. 여기서 직각3각형의 잘리운 길이가 6㎝로 된것은 웃변이 12㎝이므로 그 절반으로 했기때문이다.

그런데 겹친 면적이 일정하게 되는것은 (b)의 상태로부터(c)의 상태까지이다. 이것들과 (a)의 상태를 비교하면 직각3각형과 직4각형이 움직인 길이의 합계는 (b)의 상태까지가 20㎝이고 (c)의 상태까지가 26㎝이다. 직각3각형은 매초 1㎝, 직각4각형은 매초 3㎝의 속도이므로 량쪽을 더하면 매초 4㎝(=1+3)씩 접근한다. 그러므로 (b)의 상태로 되기 위해서

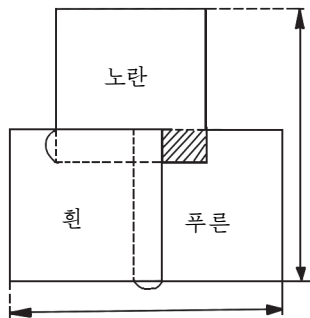
$$20 \div 4=5(\text{초}),$$

(c)의 상태로 되기 위해서는

$$26 \div 4=6.5(\text{초})$$

로 되고 5초에서 6.5초까지 면적이 일정하게 된다.

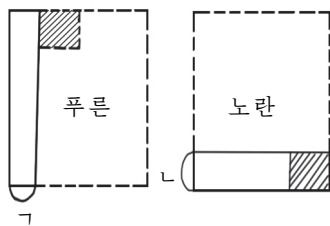
해 답 120

우로부터 보이는 부분의 면적을 알고있는것은 푸른색, 노란색, 흰색의 색종이다. 그러므로 이것만을 꺼내여 보이지 않는 부분도 포함하여 왼쪽 그림과 같이 그린다. 여기서 먼저 알아야 할것은 빗선을 친 직4각형의 면적이다.

흰색종이의 면적은 120㎠이고 이것은 다 보인다. 이로부터 어느 색종이의 면적도 120 ㎠이다. 그러면 노란색종이의 보이지 않는 부분의 면적은

120 − 100=20(㎠)

로 되고 푸른색종이의 보이지 않는 부분의 면적은

120 − 80=40(㎠)

로 된다. 그런데 색종이를 겹쳐서 큰 바른4각형 ABCD를 만들었으므로 그림에서 화살표로 표시한 세로와 가로의 두 너비는 같다. 그러면 ㄱ와 ㄴ의 너비도 같아지고 아래의 그림에서 세로로 놓인 좁고 긴 푸른색 직4각형의 면적과 가로로 놓인 좁고 긴 노란색 직4각형의 면적도 같아진다. 푸른색 직4각형은 푸른색종이의 보이지 않는 부분으로부터 빗선을 친 직4각형을 뺀것이므로 그 면적은 빗선을 친 직4각형의 면적을 40㎠에서 던것으로 된다. 한편 노란색 직4각형은 노란색종이의 보이

지 않는 부분에 빗선을 친 직4각형을 더한것이므로 그 면적은 빗선을 친 직4각형의 면적을 20㎠에 더한것으로 된다. 이로부터 빗선을 친 직4각형의 면적은

$$\frac{40-20}{2}=10\,(\text{㎠})$$

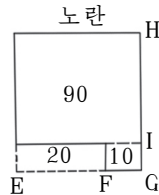
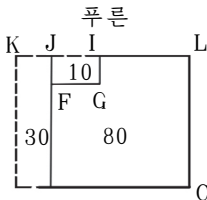
로 된다.

다음으로 푸른색종이와 노란색종이에 대하여 보이지 않는 부분과 보이는 부분의 변의 길이에 대한 관계를 알아야 한다. 오른쪽 그림과 같이 노란색종이만을 꺼내면 보이는 부분의 면적은 100㎠이고 보이지 않는 부분의 면적은 20㎠이므로 3개의 직4각형으로 나누었을 때 매 부분의 면적은 그림에 써넣은 수자와 같이 된다. 이로부터 색종이의 한변의 길이를 1로 하면

$$EF=\frac{20}{20+10}=\frac{2}{3}$$

$$FG=\frac{10}{20+10}=\frac{1}{3}$$

$$HI=\frac{90}{90+20+10}=\frac{3}{4}$$

$$IG=\frac{20+10}{90+20+10}=\frac{1}{4}$$

로 된다. 또한 푸른색종이만을 꺼내면 보이는 부분의 면적은 80㎠, 보이지 않는 부분의 면적은 40㎠이고 앞에서 본 빗선을 친 부분의 직4각형의 면적이 10㎠이므로 매 부분의 면적은 왼쪽 그림과 같이 된다. 이로부터 색종이의 한변의 길이를 1로 하면

$$KJ=\frac{30}{30+10+80}=\frac{1}{4}$$

$$IL=1-\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)=\frac{5}{12}$$

이다.

이상에서 준비가 끝났으므로 우에서부터 보이는 부분인 붉은색종이의 면적과 풀색종이의 면적을 구한다. 먼저 풀색종이에서는 보이는 직4각형의 가로변의 길이는 색종이의 한변의 $\frac{5}{12}$이고 세로변의 길이는 $\frac{3}{4}$이므로 면적은

$$\frac{5}{12}\times\frac{3}{4}=\frac{5}{16}$$

이다. 그런데 색종이의 면적은 120㎠이므로 이것의 $\frac{5}{16}$는

$$120\times\frac{5}{16}=37.5(\text{㎠})$$

로 된다. 또한 붉은색종이에서 보이는 직4각형의 세로변의 길이는 색종이의 한변의 $\frac{3}{4}$이다. 가로변의 길이는 1에서 $\frac{2}{3}$(변 EF의 길이)를 던것이므로 $\frac{1}{3}$로 된다. 이리하여 색종이의 면적의

$$\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{4}$$

로 되고 그 면적은

$$120\times\frac{1}{4}=30(\text{cm}^2)$$

이다. 이것으로 붉은색종이는 30㎠이고 풀색종이는 37.5㎠로 되였다.

해답 121

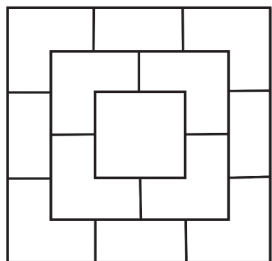
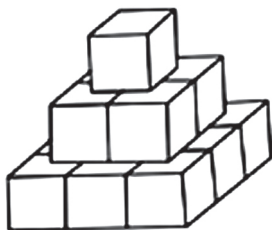
웃면과 옆면, 밑면으로 갈라서 면적을 계산한다. 먼저 밑면은 한변의 길이가 9㎝인 바른4각형이므로 면적은

$$9\times 9=81(\text{㎠})$$

이다. 옆면은 아래단의 면적이

$(9\times3)\times4=108(\text{cm}^2)$
이고 가운데단의 면적이
$(6\times3)\times4=72(\text{cm}^2)$
이고 웃단의 면적이
$(3\times3)\times4=36(\text{cm}^2)$
이므로 총

$$108+72+36=216(\text{cm}^2)$$

이다.

마지막으로 웃면의 면적을 계산하여야 하는데 개별적으로 계산할 필요는 없다. 우에서 내려다보면 전체 모양은 왼쪽 그림과 같이 되여있어서 면적의 합은 한변이 9㎝인 바른4각형의 면적과 같다는것을 알수 있다. 이것은 81cm^2 이므로 이 립체의 겉면적은

$$81+216+81=378(\text{cm}^2)$$

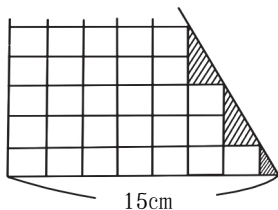
로 된다.

해답 122

먼저 한변이 2㎝인 바른4각형을 밑면인 직각3각형에 빼곡이 놓는것을 생각한다. 그러면 직각을 낀 두변의 비는

$$30:15=2:1$$

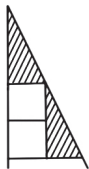
이므로 길이가 15㎝인 변을 따라서는 오른쪽 그림과 같이 된다.

7개의 바른4각형이 한줄로 놓이고 그다음은 6개, 5개, 4개

등으로 바른4각형이 두줄씩 놓인다. 그리고 마지막 한개는 아래의 그림과 같이 두줄로 되므로 총 개수는

$$7+(6+5+4+3+2+1)\times 2=49(\text{개})$$

이다. 바른6면체는 이것을 높이방향으로 5단 쌓을수 있으므로 그 총수는

$$49\times 5=245(\text{개})$$

로 된다.

다음으로 빗선을 친 밑면의 면적을 구하자. 길이가 15㎝인 밑변에 접해있는 빗선을 친 작은 3각형의 면적은

$$2\times 1\div 2=1(\text{cm}^2)$$

이고 그밖의 3각형의 면적은

$$4\times 2\div 2=4(\text{cm}^2)$$

이다. 이 3각형은 모두 7개 있으므로 총 면적은

$$1+4\times 7=29(\text{cm}^2)$$

이다. 그러면 이것이 높이방향으로 10㎝이므로 짬이 있는 부분의 총 체적은

$$29\times 10=290(\text{cm}^2)$$

로 된다.

해답 123

직관에 의거하지 않고 어느 변과 어느 변이 서로 이웃하고있는가를 차례로 살펴보자. 먼저 그림 ㄴ를 보면 우로 향한 화살표와 같이 차례로 서로 이웃해간다. 그러므로 표시가 있는 세점이 하나의 꼭두점에 겹치고 그것을 둘러싸도록 굵은선으로 표시하면 된다. 이 결과가 오른쪽 그림이다.

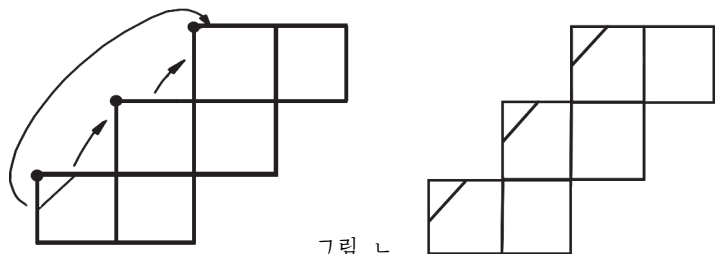
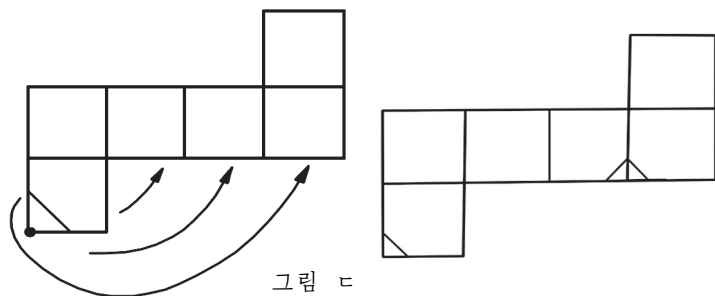
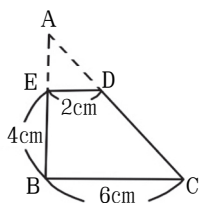
그림 ㄴ

다음으로 그림 ㄷ에서는 변이 어떤 모양으로 서로 이웃하는가가 찾아보기 힘들게 되여있다. 그러나 그런 것에는 관계없이 어느 변과 어느 변이 서로 이웃하는가를 화살표로 차례로 이어간다. 이것은 변을 빼놓지 않고 이으면 되므로 완전히 기계적인 조작이다. 그러면 왼쪽 그림과 같이 되고 표시를 한 두점이 하나의 꼭두점에 겹친다. 이로부터 오른쪽 그림과 같이 그 꼭두점을 둘러싸도록 굵은선으로 표시한다.

그림 ㄷ

해 답 124

먼저 쇠덩어리가 4㎝깊이까지 잠기였을 때 잠긴 부분의 체적이 얼마인가를 구하자. 이 쇠덩어리의 옆면은 직각2등변3각형이므로 4㎝의 높이로 자르면 자름면은

왼쪽 그림과 같은 사다리형으로 된다. 그리고 웃면이 2㎝로 되는것은 3각형 AED가 직각2등변3각형이기때문이다. 이리하여 사다리형의 면적은

$$(2+6) \times 4 \div 2 = 16(㎠)$$

로 된다. 그러면 잠긴 부분의 쇠덩어리는 옆면적이 16㎠, 길이가 10㎝인 사다리형의 기둥이므로 체적은

$$16 \times 10 = 160(㎤)$$

이다.

여기서 쇠덩어리를 잠그었기때문에 물통의 물면이 1㎝만큼 높아지게 되였다. 이 높아진 부분의 물의 체적은 우에서 계산한 체적과 같을것이다. 그러면 물통의 가로길이가 10㎝이므로 세로방향으로 1㎝ 전진할 때마다

$$10 \times 1 \times 1 = 10(㎤)$$

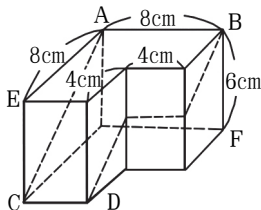
로 된다. 그러므로 160㎤로 되려면 세로방향은

$$160 \div 10 = 16(㎝)$$

이다.

또한 실제로는 높이가 3㎝에서 4㎝사이에도 쇠덩어리가 있지만 물속의 쇠덩어리가 모두 물로 되였다고 생각하면 우의 계산에서도 문제가 없다는것을 알수 있다.

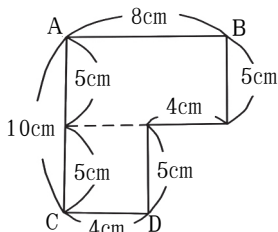
해 답 125

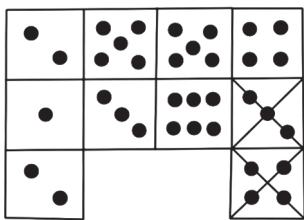
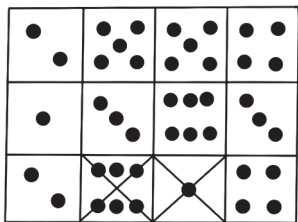
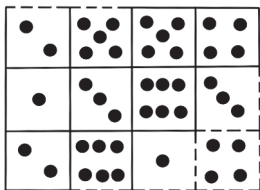
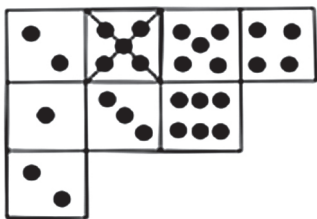
세점 A, B, C를 지나는 평면은 점 C옆에 있는 점 D도 지난다. 이것은 오른쪽 그림과 같이 자름면을 점선으로 표시하면 잘 알수 있다. 이리하여 자름면은 ㄹ로 된다. ㄷ와 ㅁ도

있을것 같지만 이것은 사람의 눈의 착각이다.

다음으로 ㄹ의 면적을 계산하자. 직각을 낀 두변의 길이가 3㎝, 4㎝인 직각3각형의 빗변의 길이는 5㎝로 주어져있으므로 AE가 8㎝, BF가 6㎝이라는것에 주의하면 AC는 10㎝로 된다. 그러면 AE의 길이의 절반되는 곳에서 세로 4㎝, 가로 4㎝, 높이 6㎝인 직6면체를 잘라냈으므로 자른면의 치수는 오른쪽 그림과 같이 된다. 이로부터 자름면의 면적은

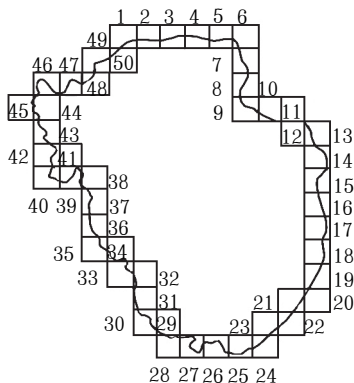
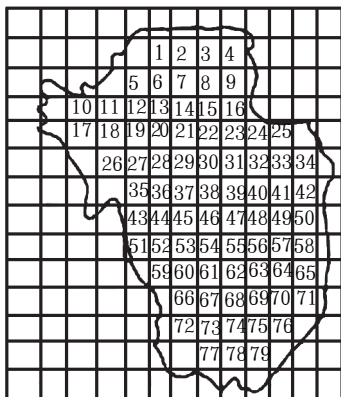
$$8 \times 5 + 4 \times 5 = 60(㎝^2)$$

로 계산한다.

이 문제에서는 자름면의 면적을 구하는것보다도 자름면의 모양을 결정하는것이 요점이다.

해 답 126

반대쪽으로 마주 향한 수의 합이 7로 되므로 1과 6, 2와 5, 3과 4인 점에 대하여 그 조건을 살펴본다. 먼저 아래단 오른쪽에서 두번째에 있는 1은 그 왼쪽과 웃쪽이 어느것이나 6이므로 맞지 않는다. 그러면 가운데단의 왼쪽끝에 있는 1은 남지만 아래단의 왼쪽에서 두번째의 6은 이것과 반대쪽으로 마주 향하지 않으므로 맞지 않는다. 다음으로 가운데단의 오른쪽 끝에 있는 3은 그 웃쪽과 아래쪽이 어느것이나 4이므로 맞지 않는다. 이 3을 없애면 아래단의 오른쪽 끝에 있는 4가 잘리워지므로 맞지 않는다.

여기서 4에 주의하면 이 4는 웃단의 오른쪽 끝에 하나만 있다. 그러므로 만일 그 왼쪽옆에 있는 5를 없애면 4는 없어지고 만다. 이리하여 웃단의 왼쪽에서 두번째에 있는 5는 맞지 않는다고 하면 결정되지 않은것은

2뿐이다. 이것은 주사위가 만들어져야 하므로 웃단의 왼쪽끝에 있는 2는 맞지 않는다. 이리하여 오른쪽 그림과 같이 따내면 이 문제에 맞는 주사위가 만들어진다.

해 답 127

10만분의 1인 지도에서 1㎝는 실제적으로는 1㎞이다. 그러므로 사방1㎝인 바른4각형의 면적은 실제적으로는 1㎢이다. 그러므로 이 호수의 지도에서 경계를 지나지 않는 완전한 바른4각형을 먼저 세여본다. 그러면 왼쪽 그림과 같이 되여 모두 79개이다. 그러므로 이것만 계산하면 79㎢이다.

다음으로 경계를 지나간 부분의 면적을 구하기 위하여 경계선이 그우에 있는 바른4각형을 세여보면 오른쪽 그림과 같이 모두 50개 있다. 이 50개의 바른4각형에는 그 대부분이 호수이거나 절반이 호수이거나 그 일부가 호수인것이 섞여있으므로 대체적으로 보면 그 절반정도가 호수라고 볼수 있다. 이리하여 경계선을 지나간 호수의 면적은 대략 25㎢(=50 ÷ 2)이다. 그러므로 이 호수의 대략적인 면적은

$$79+25=104(\text{㎢})$$

로 된다.

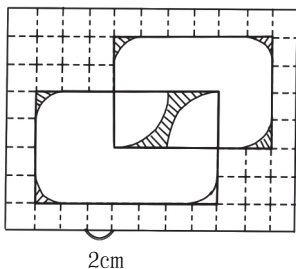
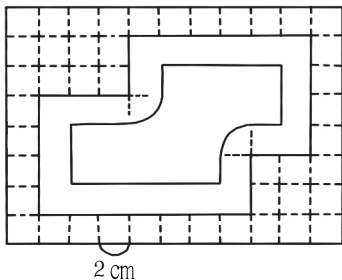
해답 128

이 도형의 안쪽을 한바퀴 돌면 원의 중심은 왼쪽 그림에서 굵은선과 같이 움직인다. 왼쪽우와 오른쪽 아래의 뾰족 나온 곳에서 각각 반경이 2㎝인 원둘레의 $\frac{1}{4}$씩의 활등을 그리고 그밖에서는 곧추 나간다. 이 두 원호

의 길이의 합은

$$(2\times 3.14\times 2\times \frac{1}{4})\times 2=6.28(\text{㎝})$$

이고 직선부분의 길이의 합은 36㎝(=18 × 2)이다. 그러므로 전체적으로는 42.28㎝(=6.28+36)로 된다.

다음으로 이 원이 지나지 않은 부분은 아래의 그림에서 빗선을 친 부분과 같이 된다. 6개의 모서리는 모두 같은 모양이고 한변이 2㎝인 바른4각형에서 반경이 2㎝인 원의 $\frac{1}{4}$을 떼낸것이다. 이 면적의 합은

$$(2\times 2-3.14\times 2\times 2\times \frac{1}{4})\times \times 6=5.16(\text{㎝}^2)$$

이다. 또한 가운데의 빗선을 친 부분은 한변이 4㎝인 바른4각형에서 반경이 4㎝인 원의 $\frac{1}{4}$을 떼낸것을 반대방향으로 두개를 합친것이다. 이 면적은

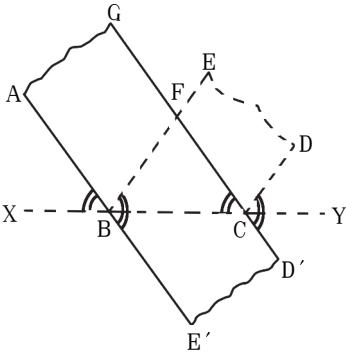
$$(4\times 4\text{-}3.14\times 4\times 4\times \frac{1}{4})\times 2=6.88(\text{㎝}^2)$$

이므로 빗선을 친 부분의 총 면적은

$$5.16+6.88=12.04(\text{㎝}^2)$$

로 된다.

해 답 129

먼저 종이를 임의로 접었을 때 겹치는 3각형이 어떤 모양으로 되는가를 생각하자. 왼쪽 그림에서 각 ABX와 각 E'BC는 같고 각 E'BC와 각 EBC는 종이를 접었으므로 같아진다. 더우기 AE'와 GD'가 평행이므로 각 ABX와 각 GCB도 같아지고 각 FBC와 각 FCB도 같아지며 3각형 FBC는 2등변3각형으로 된다.

여기서 문제의 그림으로 돌아가면 3각형 FBC는 2등변3각형이고 밑변 BC의 길이는 12㎝, 높이 FI는 8㎝이므로 면적은

$$12 \times 8 \div 2=48(㎝^2)$$

이다. 이것의 밑변을 FC, 높이를 BH로 다시보면 밑변 FC의 길이는 10㎝이므로 BH의 높이는

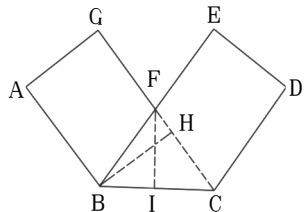
$$48 \div 10 \times 2=9.6(㎝)$$

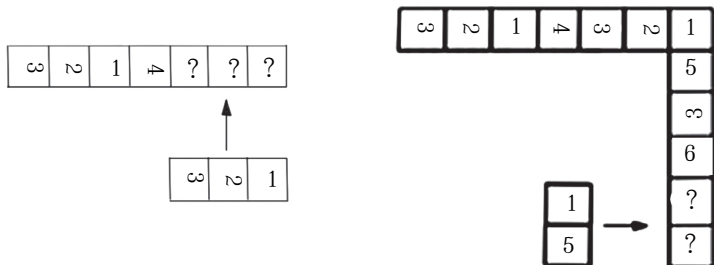
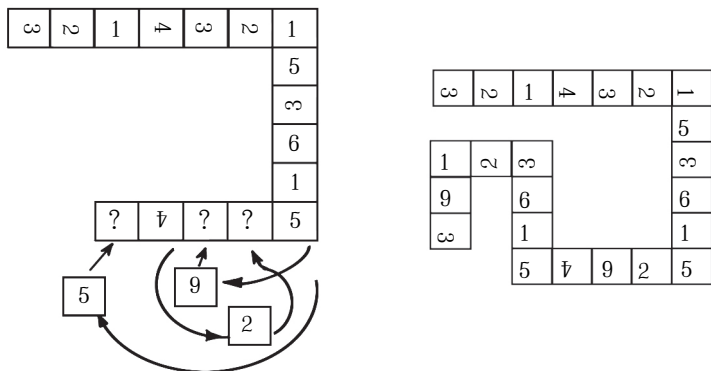
이다. 이것으로 변 AG의 길이는 9.6㎝로 되고 변 AE의 길이는 28㎝이므로 직4각형 AEDG의 면적은

$$28 \times 9.6=268.8(㎝^2)$$

이다. 그러면 도형 ABCDEFG의 면적은 3각형 FBC의 면적을 직4각형 AEDG의 면적에서 던것이므로

$$268.8-48=220.8(㎝^2)$$

로 된다.

해 답 130

도장을 같은 방향으로 굴리면 네개의 수자가 같은 순서로 여러번 반복되여 나타난다. 그러므로 웃부분의 가로줄의 한줄은 왼쪽 그림과 같이 된다. 그러면 오른쪽 끝의 세로줄우에 있는 네개의 면이 결정되므로 밑의 두개의 면도 오른쪽 그림과 같이 결정된다.

그런데 도장을 같은 방향으로 굴릴 때 반대쪽 면은 하나 건너뛴 면에 나타난다. 이때 세로로 굴리는가 가로로 굴리는가에 따라서 수자의 방향이 거꾸로 된다. 그래서 아래부분에 있는 가로줄을 생각하면 5의 면의 반대쪽 면은 6, 4의 면의 반대쪽 면은 2이다. 그 방향은 굴

린 방향을 생각하면 5의 하나 건너뛴 면이 9이고 4의 하나 앞건너뛴 면이 2로 된다. 이것을 보여준것이 왼쪽 그림이다. 왼쪽 아래줄도 같은 방법으로 생각하면 마지막 결과는 오른쪽 그림과 같이 된다.

해 답 131

완성된 바른4각형을 그 오른쪽으로 1㎝, 아래로 1㎝씩 넓혀서 그림과 같이 해본다. 이렇게 하여도 바른 4각형으로 된다는것은 마찬가지이다. 더우기 넓어진 이 큰 바른4각형에서는 어느 타일에 대해서도 오른쪽과 아래쪽에 각각 1㎝씩 간격을 둔것으로 된다. 이것은 세로가

$$9+1=10(\text{㎝})$$

가로가

$$13+1=14(\text{㎝})$$

인 바른4각형의 타일을 붙인것과 같은것으로 되여 문제가 간단해졌다.

그러므로 10과 14의 최소공통배수를 구하면

$$10=2\times5,\ 14=2\times7$$

이므로

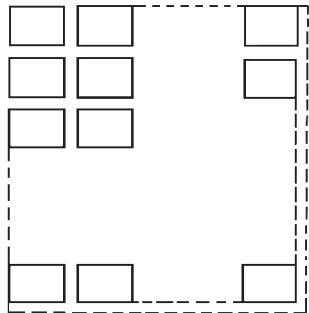
$$\text{최소공통배수}=2\times5\times7=70$$

으로 된다. 이로부터 세로방향으로는

$$70\div10=7(\text{장})$$

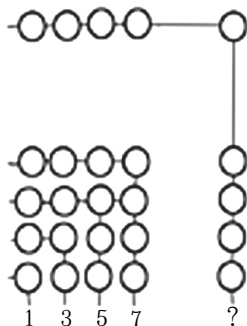
가로방향으로는

$$70\div14=5(\text{장})$$

의 타일을 붙이면 가장 작은 바른4각형이 만들어진다. 이때 바른4각형의 한변의 길이는

$$70-1=69(\text{㎝})$$

로 된다.

해답 132

10전짜리를 바른4각형으로 배렬하는데 먼저 왼쪽 아래구석에 1개,다음에 그것을 《ㄱ》자모양으로 둘러싸게 3개, 다음으로 그것을 다시 《ㄱ》자모양으로 둘러싸게 5개, 이와 같이 해서 왼쪽 그림과 같이 배렬한다. 그러면 《ㄱ》자모양으로 배렬해가는 10전짜리는 3개, 5개, 7개와 같이 늘 홀수개로 된다. 여기서 알수 있는바와 같이 같은 수를 두번 곱한것은

$$1\times 1=1$$
$$2\times 2=1+3$$
$$3\times 3=1+3+5$$
$$4\times 4=1+3+5+7$$

과 같이 아래에서부터 차례로 홀수만을 더한것으로 된다.

이 문제에서는 어느 바른4각형까지 배렬하면 30개가 남고 한줄 더 놓으려면 3개가 모자랐다. 이로부터 《ㄱ》자모양으로 놓아야 할 10전짜리는 33개(=30+3)이다. 그러면 30개 남았을 때의 바른4각형은

$$1+3+5+7+\cdots+31=256(\text{개})$$

의 10전짜리로 만들어졌을것이고 처음에 있었던 10전짜리는 모두

$$256+30=286(\text{개})$$

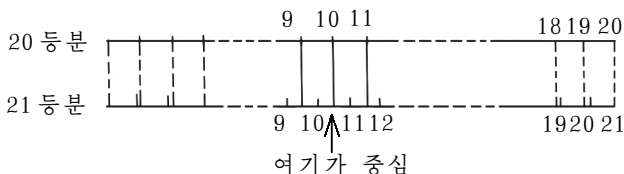
있은것으로 된다. 또한 256을 구할 때의 계산은 바른4각형의 《ㄱ》자모양으로 배렬하는 방법으로부터 알수

있는바와 같이

$$\frac{31+1}{2}\times\frac{31+1}{2}=256$$

으로 된다.

해답 133

20등분한 점과 21등분한 점을 실지로 그려보면 그림과 같이 된다. 여기서 주목하여야 할것은 끈의 중심이 꼭 접어넘기는 점으로 되여있다는것이다. 결국 붉은색과 푸른색 표식은 좌우로 대칭되게 표시되여있다. 이것을 안다면 쉽게 해결된다.

끈의 왼쪽 절반을 보면 붉은색표식과 푸른색표식사이의 길이는 오른쪽으로 가면서 조금씩 떨어져간다. 이리하여 왼쪽끝의 첫점에서 가장 가깝다는것을 알수 있다. 이 차는 끈의 길이를 1로 하면 그것의

$$\frac{1}{20}-\frac{1}{21}=\frac{1}{420}(\text{배})$$

이다. 이 길이가 2㎝라는것은 끈의 길이가

$$2\div\frac{1}{420}=840(\text{㎝})$$

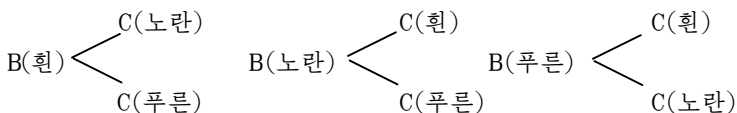
이라는것을 의미한다.

이 문제는 주의깊은 관찰력이 중요한데 그것이 없다면 얼핏 보고 깜짝 놀랄수 있다.

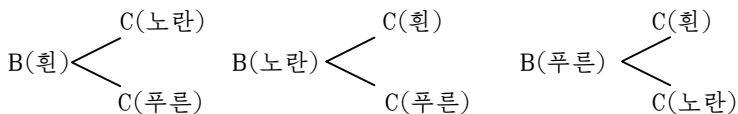
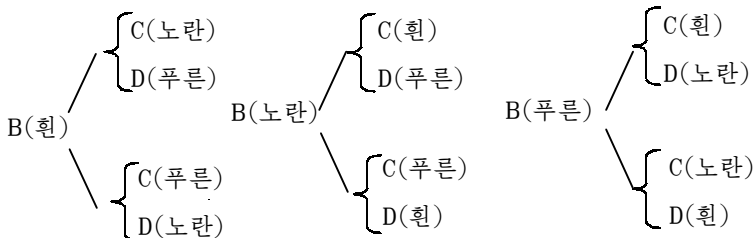
해 답 134

먼저 A를 빨간색으로 칠하기로 한다. 이때 칠하는 방법을 알면 A를 다른 색으로 칠하였을 때도 같으므로 그것을 4배하면 칠하는 방법이 모두 나온다.

D도 빨간색으로 칠하면 B와 C는 이밖의 다른 색으로 되므로 가능한 경우를 보면

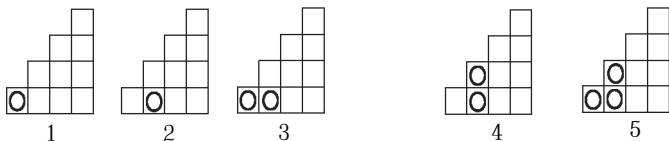
B(흰) < C(노란), C(푸른)
B(노란) < C(흰), C(푸른)
B(푸른) < C(흰), C(노란)

의 여섯가지로 된다.

D를 빨간색 이외의 색으로 칠할 때에는 D와 B가 같은 색인가 다른 색인가에 따라 경우가 갈라진다. 같은 색일 때는 B와 C에 대해서는

B(흰) < C(노란), C(푸른)
B(노란) < C(흰), C(푸른)
B(푸른) < C(흰), C(노란)

으로 되고 역시 여섯가지이다. D와 B가 다른 색일 때는

으로 되고 이것도 여섯가지이다.

이리하여 A를 빨간색으로 칠할 때에는 칠하는 방법이 모두 18가지로 된다. A를 흰색, 노란색, 푸른색으로 칠할 때도 꼭같은 방법이므로 전체적으로 72가지(=18×4)로 된다.

해 답 135

왼쪽 그림을 보면 왼쪽끝의 ◯를 1, 그다음 ◯를 2로 하고 1인 ◯와 2인 ◯의 두개 있을 때는 그 두개를 더하여 3(=1+2)으로 한다. 이 셈세기 방법으로 오른쪽 그림의 4와 5도 설명할수 있다. 이것으로 왼쪽 두렬을 리용하여 1에서 5까지의 옹근수를 잘 나타낼수 있다. 이때 6은 나타낼수 없기때문에 왼쪽에서부터 세번째 줄의 ◯를 6으로 한다. 이것이 왼쪽 그림의 6이다. 이리하여

세번째 줄이 6으로 되면 그림 B의 첫번째것은 2인 ◯가 1개와 6인 ◯가 2개 있으므로

$$2 \times 1+6 \times 2=14$$

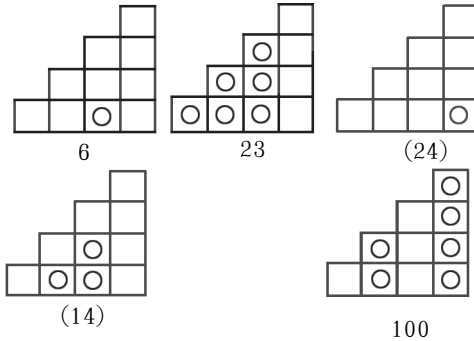
로 된다. 그런데 왼쪽에서부터 세번째 줄까지를 모두 ◯로 채우면

$$1+2 \times 2+6 \times 3=23$$

으로 된다. 여기서는 24를 나타낼수 없으므로 왼쪽에서부터 네번째 줄의 ◯는 24이다.

그러면 100은

$$2 \times 2+24 \times 4=100$$

으로 쓸수 있으므로 오른쪽 아래그림과 같이 나타낼수 있다. 이 방법으로 모든 옹근수를 나타낼수 있다는것은 조금 고찰해보면 알수 있다.

해 답 136

4등을 맞힌 사람은 한명도 없는데 ①은 A, ②는 C, ③과 ④는 D를 4등으로 예견하고있다. 이것들은 모두 맞히지 못하였으므로 여기에 포함되여있지 않는 B가 4등이다. 그러므로 3등을 B로 예견한 ②와 ④는 틀린다. 나머지 두사람은 3등을 C로 예견하고있으므로 이 두사람은 맞히였다. 이리하여 3등은 C, 4등은 B로 결정할수 있다.

다음으로 ①을 보면 2등을 B로 예견하고있다. 그러나 ①은 B의 예견이라는것을 알고있으므로 이것은 맞히지 못한것으로 된다.

	1등	2등	3등	4등
①	D	B	C	A
②	D	A	B	C
③	A	B	C	D
④	C	A	B	D

이렇게 말할수 있는것은 누구도 자기의 순위를 맞히지 못하였기때문이다. 그런데 2등을 A로 하지 않으면 ④가

모든 예견을 맞히지 못한것으로 된다. ④의 예견과 지금까지의 결과를 비교해보면 C는 3등으로 맞히지 못하고 B는 4등으로 맞히지 못하고, D는 1등이든가 2등으로 맞히지 못한것으로 되기때문이다. 이리하여 A는 2등으로 되고 나머지 D는 1등으로 된다.

다음으로 ②, ③, ④가 누구의 예견인가를 보자. ②의 예견을 보면 맞히지 못한것은 B와 C이다. 그러나 B는 ①이므로 ②는 C로 된다. 또한 ④의 예견을 보면 A만이 맞히였다. 이로부터 ④는 A가 아니고 ①은 B, ②는 C로 결정되여있으므로 ④는 D로 된다. 그러면 나머지 ③은 A로 결정된다.

해 답 137

AB, BC, CD, DA에서의 속도가 각각 1초사이에 2㎝, 4㎝, 6㎝, 8㎝이므로 이가운데의 어느것과도 나누어지는 길이를 생각하면 24㎝가 가장 작다. 그러므로 가령 AB를 24㎝, BC를 48㎝로 하고 한번 도는데 요구되는 시간을 계산하여본다. 먼저 AB에서는 1초사이에 2㎝의 속도로 나아가므로 그사이의 시간은

$$\frac{24}{2}=12(\text{초})$$

이다. 다음으로 BC에서는 1초동안에 4㎝이므로

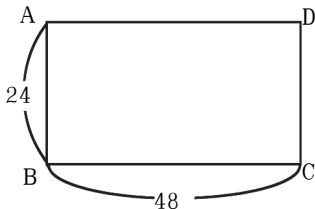
$$\frac{48}{4}=12(\text{초})$$

이다. 같은 방법으로 생각하면

CD에서는

$$\frac{24}{6}=4(\text{초})$$

DA에서는

$$\frac{48}{8}=6(\text{초})$$

이다. 이 시간을 더하면

$$12+12+4+6=34(\text{초})$$

로 된다. 그러므로 실제로 걸린 시간은 102초이므로 앞에서 가정한 길이를 모두 3배(=102÷34)하여야 한다. 이리하여 AB의 길이는 72㎝, BC의 길이는 144㎝로 된다.

해답 138

먼저 A가 2번 계단에서 멎을 때를 생각한다. 한번의 돌가위보로는 될수 없으므로 10번 계단으로부터 내려왔다고 하자. 그러면 움직인 계단은 모두 올라가기가 9단, 내려가기가 8단이므로 17단으로 된다. 이것을 4단, 5단, 6단의 합으로 표시하면

$$4+4+4+5=17$$

$$6+6+5=17$$

가운데서 어느 하나이다. 이로부터 제일 적어도 세번의 돌가위보를 해야 하고 그것은 가위로 한번, 보로 두번 이겼을 때이다.

다음으로 두 사람이 같은 계단에서 멎을 때를 생각한다. 돌가위보는 3번이므로 한사람이 세번 다 이기든가 어느 한사람이 두번 이기는 경우밖에 없다. 한사람이 세번 다 이길 때는 다른 한사람은 1번 계단에 멎어있는 상태그대로이다. 그러면 세번 다 이긴 사람은 10번 계단까지 올라간 다음 1번 계단까지 내려온것으로 된다. 이때 움직인 계단은 18단으로서

$$6+6+6=18$$

이다. 이로부터 한사람이 보로 련속 세번 이기면 두사람이 다 1번 계단에 멎는다.

어느 한사람이 두번 이길 때는 그 사람이 움직이는

단수가 가장 적을 때가 8단(9번 계단에서 멎는다.)이고 가장 많을 때가 12단 (7단 계단에서 멎는다.)이다. 또 한 한번 이긴 사람은 가장 적을 때가 4단 (5번 계단에서 멎는다.)이고 가장 많을 때가 6단 (7번 계단에서 멎는다.)이다. 이로부터 두사람이 멎는 단이 일치하는것은 한사람이 보로 두번 이기고 다른 한사람이 보로 한번 이겨서 두사람이 다 7번 계단에서 멎을 때뿐이다.

해답 139

이 땅의 전체 면적은

$$16 \times 20 = 320(\text{m}^2)$$

이다. 그러면 길을 내놓은 땅면적이 262m² 이므로 길의 면적은

$$320 - 262 = 58(\text{m}^2)$$

이다. 여기서 아래 그림과 같이 길의 네 모서리로부터 면적이 1m² 씩인 바른4각형을 없애면 길의 나머지 면적은

$$58 - 1 \times 4 = 54(\text{m}^2)$$

이다. 이 길은 모두 꽃밭에 접하고있으므로 이것을 길너비의 1m로 나누면 꽃밭둘레의 길이는 54m이다.

다음으로 꽃밭의 면적을 구하기 위하여 둘레길이를 2로 나누면 27m가 나온다. 이것은 꽃밭의 세로와 가로의 길이의 합이므로 세로와 가로의 비률을 본래의 땅의 세로와 가로의 비률과 같이 하면 된다. 본래의 땅의 세로와 가로의 비률은

$$16:20 = 4:5$$

이므로 세로의 길이는

$$27 \times \frac{4}{4+5} = 12(\mathrm{m})$$

가로의 길이는

$$27 \times \frac{5}{4+5} = 15(\mathrm{m})$$

로 된다. 이로부터 꽃밭의 면적은

$$12 \times 15 = 180(\mathrm{m}^2)$$

이다.

해답 140

A역을 출발한 급행렬차가 완행렬차를 따라앞서기까지 15분(=25-10)이 걸린다. 이 사이의 거리는 18㎞이므로 급행렬차는 1분동안에

$$18 \div 15 = 1.2(\mathrm{km})$$

씩 달린다. 그러면 A역에서 B역까지의 거리는 34㎞이므로 급행렬차는 A역을 출발해서부터 B역에 도착할 때까지

$$\frac{34}{1.2} = \frac{85}{3} = 28\frac{1}{3}(\text{분})$$

이 걸린다. 이것은 28분 20초후라는것이다.

다음으로 A역을 출발한 완행렬차는 21분이 걸리여 도중에서 멎는 지점에 도착하였다. 이 사이의 거리는 18㎞이므로 완행렬차는 1분동안에

$$\frac{18}{21} = \frac{6}{7}(\mathrm{km})$$

씩 달린다. 그러므로 만일 도중에서 멎지 않는다면 A역에서 B역까지를

$$34 \div \frac{6}{7} = \frac{119}{3} = 39\frac{2}{3}(\text{분})$$

으로 달릴것이다. 이로부터 A역을 급행렬차보다 10분전에 출발하면 B역에는

$$(39\frac{2}{3}-10)-28\frac{1}{3}=1\frac{1}{3}(\text{분})$$

만큼 늦어서 도착할것이다. 그런데 실지는 18분 20초만큼 늦어진다. 이것은 도중에서

18분 20초－1분 20초=17분

멎어있었기때문이다.

해 답 141

A지구에서 《가》, 《나》의 추첨비률은 각각 60%, 40%이고 《나》의 추첨수는 81200표이므로 《가》의 추첨수는

$$81200\times\frac{60}{40}=121800(\text{표})$$

이다. 또한 눈금은 20000표의 단위이므로 A, B 두 지구의 합계에서는 《나》의 추첨수가 140000표이다. 이로부터 이 두 지구의 《가》의 총 추첨수는

140000+63000=203000(표)

이다. 한편 최종결과에서의 추첨수의 차는 78400표이므로 C지구 하나에서의 추첨수의 차는

78400－63000=15400(표)

이고 이것은 C지구의 추첨수의

55－45=10(%)

에 해당한다. 이로부터 C지구의 추첨수는

15400÷0.1=154000(표)

로 된다. 그러면 C지구에서의 《가》의 추첨수는

154000×0.55=84700(표)

이고 《나》의 추첨수는

$$154000 \times 0.45=69300(표)$$

이다. 이리하여 《가》의 총 추첨수는

$$203000+84700=287700(표)$$

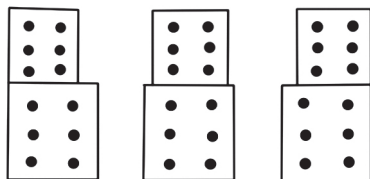
로 되고 《나》의 총 추첨수는

$$140000+69300=209300(표)$$

로 된다.

이상의것을 묶어보면 1은 121800이고 2는 140000이고 3은 203000이고 4는 209300이고 5는 287700으로 된다.

해 답 142

2개의 주사위는 왼쪽 그림과 같은 세가지로 될것 같은데 가운데것은 있을수 없다. 10㎝와 12㎝의 차가 2㎝로서 이 배수만큼밖에 서로의 위치가 밀려나지 않기때문이다.

먼저 주사위의 오른쪽 끝이 맞는다고 하면 10㎝인 주사위의 오른쪽 끝은 앞끝에서 세서 길이가 60㎝, 120㎝, 180㎝…와 같이 60㎝씩 늘어나고 12㎝인 주사위의 오른쪽 끝은 72㎝, 144㎝, 216㎝…와 같이 72㎝씩 늘어나므로 량쪽의 길이가 일치할 때를 살펴보면 된다. 이것은

$$60=12 \times 5,\ 72=12 \times 6$$

에 주의하면

$$12 \times 5 \times 6=360(㎝)$$

가 처음이다. 12㎝의 주사위로 생각하면 30개째(=360 ÷ 12)에 해당한다.

주사위의 왼쪽 끝이 가지런히 맞는다고 하면 10㎝

의 주사위의 왼쪽 끝은 50㎝, 110㎝, 170㎝,…와 같이 60㎝씩 늘어나고 12㎝인 주사위의 왼쪽 끝은 60㎝, 132㎝, 204㎝,…와 같이 72㎝씩 늘어난다. 이 차가 60㎝의 배수로 되는 곳에서 가지런히 맞는것으로 되는데 실제로 차를 만들어보면 처음 5개는 10, 22(=10+12), 34(=10+24), 46(=10+36), 58(=10+48)로 된다. 뒤는 60씩 더하는것으로 되므로 왼쪽 끝이 가지런히 맞는것은 없다. 이리하여 답은 30번째의 주사위로 된다.

해 답 143

B의 이발수를 알지 못하면 풀수 없는것으로 생각되지만 그런 걱정은 하지 않아도 된다. 례컨대 B의 이발수를 16으로 하면 A의 이발수와의 비는

$$\frac{48}{16}=3$$

이므로 B의 이바퀴는 A의 3배의 속도로 돌아간다. 그러면 C의 이바퀴도 같은 속도로 돌고 또 이바퀴의 수는

$$16 \times 4=64(\text{개})$$

이다. 이로부터 D의 이바퀴가 A의 6배의 속도로 도는것은 C의 2배(=6 ÷ 3)의 속도로 도는것으로 되고 D의 이발수는

$$\frac{64}{2}=32(\text{개})$$

로 된다.

이 32개의 이발수는 실은 B의 이발수를 변화시켜도 같다. 이것을 보여주기 위하여 B의 이발수를 6으로 하여보자. 그러면 B의 이바퀴는 A의 8배(=48 ÷ 6)로 돌고 C의 이바퀴도 같은 속도로 돌아간다. C의 이발수는 24개(=6 × 4)이므로 D의 이바퀴가 A의 6배의 속도

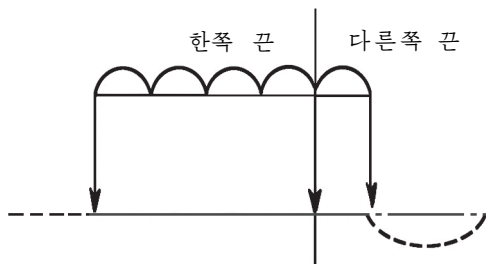
로 돌자면 D의 이발수는

$$24 \div \frac{6}{8} = 32(\text{개})$$

로 된다.

이로부터 알수 있는바와 같이 두번의 나누기를 하므로 B의 이발수는 D의 이바퀴의 속도에는 관계가 없다.

해답 144

끈의 길이에 대한 비가 4:1로 된 마지막 상태와 그 직전의 2:1인 상태를 만들면 아래의 그림과 같이 된다. 여기서 웃쪽은 마지막 상태이고 아래쪽은 그 직전의 상태이며 점선의 부분은 량쪽 끈으로부터 잘라낸 곳을 표시하였다.

이제 웃쪽의 마지막 상태에서 긴쪽 끈의 길이를 4로, 짧은쪽을 1로 하여본다. 그러면 잘라낸 끈의 길이를 □로 표시하면

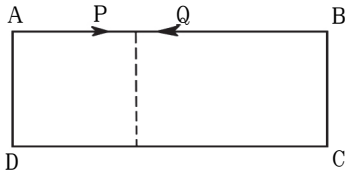
$$4+\square : 1+\square = 2:1$$

로 된다. □에 1, 2, 3…를 넣어보면 2가 맞는것으로 된다. 이리하여 자르기전의 상태에서 긴쪽 끈의 길이는 6이고 짧은쪽은 3으로 된다. 그러면 다시 그 직전

의 처음상태는 각각의 끈에 2인 길이를 더하면 된다. 이것도 긴쪽 끈의 길이가 8이고 짧은쪽이 5였다는것을 보여준다.

지금까지의 계산은 길이의 비가 4:1로 된 마지막 상태에서 짧은쪽 끈의 길이를 1로 했을 때의 값이다. 이것을 변화시키면 처음의 길이도 여러가지로 달라질수 있는데 량쪽 끈의 비는 변하지 않는다. 이리하여 처음 상태에서의 끈의 길이에 대한 비는 8:5로 된다.

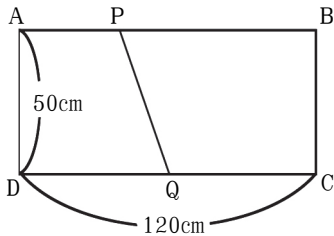
해 답 145

PQ가 변 AD와 평행으로 된다는것은 점 Q가 B에서 A의 방향으로 점 P와 마주향하여 출발했을 때 이 두 점이 만난다는것과 같다. 두 점은 매초 5㎝(=2+3)씩 접근하므로 120㎝ 떨어져있으면 출발해서 24초(=120÷5)후에 만난다. 이리하여 24초후에 PQ는 변 AD와 평행으로 된다.

사다리형 APQD와 사다리형 BPQC의 면적의 비가 5:7로 된다는것은 사다리형 APQD의 면적이 직4각형 ABCD의 $\frac{5}{12}\left(=\frac{5}{5+7}\right)$로 된다는것이다. 이 높이는 다 50㎝이므로 그때 사다리형의 웃면과 아래면과의 합은

$$AP+QD=120\times 2\times \frac{5}{12}=100(\text{㎝})$$

로 될것이다.

이제 점 P와 점 Q가 출발했을 때를 생각하면

$$AP=0,\ QD=120(\text{㎝})$$

이고 웃면과 아래면의 합은 120㎝이다. 이것이 100㎝로 되기 위해서는 20㎝(=120-100)만큼 짧아야 한다. 그런데 점 P는 매초2㎝의 속도, 점 Q는 매초 3㎝의 속도이므로 AP÷QD는 매초 1㎝의 비률로 짧아지고 20㎝ 짧게 하기 위해서는 20초(=20÷1)가 걸린다. 이리하여 출발해서 20초후에 사다리형 APQD와 사다리형 BPQC의 면적의 비는 5:7로 된다.

해답 146

A와 B는 둘다 7문제 다 맞았으므로 두 사람이 맞춘것은 모두 14문제이다. 그런데 두사람의 표식이 일치하고있는것은 네 문제뿐이다. 이 안에 틀린 답이 있으면 표식이 일치한 곳에서의 맞은 답은 모두 6문제이하이고 표식이 일치하지 않는 곳에서의 맞은 답은 모두 6문제(=10 − 4)로 되여 합해도 14문제는 되지 않는다. 이로부터 두 사람의 표식이 일치하고있는 곳은 모두 맞은 답으로서

첫번째 문제…○, 네번째 문제…×, 여섯번째 문제…○, 아홉번째 문제…×

로 된다.

같은 방법으로 A와 C, B와 C를 생각해보면 어느것도 맞은 답이 모두 13문제이므로 공통으로 맞은 답이 적어도 세 문제는 있을것이다. 그러나 어느 경우도 표식이 일치한것은 세 문제뿐이다. 그러므로 A와 C에 대해서는

두번째 문제…×, 다섯번째 문제…○, 여덟번째 문제…×
가 맞은 답으로 되고 B와 C에 대해서는

세번째 문제…×, 일곱번째 문제…○, 열번째 문제…×
가 맞은 답으로 된다. 이것으로 10문제에 대한 맞은 답이 모두 결정되였다. D는 4, 6, 7, 8, 9번째 문제가 틀리여 50점을 맞았다.

	첫번째 문제	두번째	세번째	네번째	다섯번째	여섯번째	일곱번째	여덟번째	아홉번째	열번째	점수
A	○	×	○	×	○	○	×	×	×	○	70
B	○	○	×	×	×	○	○	○	×	×	70
C	×	×	×	○	○	×	○	×	○	×	60
D	○	×	×	○	○	×	×	○	○	×	50
정확한 답	○	×	×	×	○	○	○	×	×	×	

해 답 147

A는 매분 80m, B는 매분 65m의 속도로 걸으므로 A와 B는 매분 15m(=80 − 65)씩 떨어져간다. 그러므로 A와 C가 만났을 때를 생각하면 두사람은 출발해서부터 20분후에 만났으므로 B는 A의 300m뒤에서 걷고있는것으로 된다.

이 2분후에 C가 B와 만났다는것은 두사람이 300m의 거리로 마주 향해 걷는데 2분 걸렸다는것이다. 이것은 매분 150m씩 다가간다는것으로서 B가 매분 65m의 속도로 걷는다는것을 생각하면 C는 매분 85m(=150-65)의 속도로 걷는것으로 된다. 이것으로 C의 걷는 속도가 결정된다.

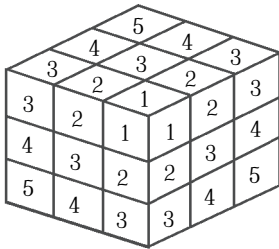
A가 매분 80m, C가 매분 85m의 속도로 걷는다면 두 사람이 마주 향하여 걸을 때 매분 165m(=80+85)씩 다가가는것으로 된다. 이 두 사람이 출발해서 20분후에 만났다는것은

$$165 \times 20 = 3300$$

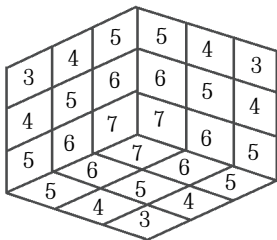
의 계산으로부터 두사람이 합하여 3300m 걸은것으로 된다. 이 길이가 바로 호수의 둘레의 길이이다.

해 답 148

27개의 바른6면체를 비스듬히 내려다보면 왼쪽 그림과 같이 된다.

또한 이것을 반대쪽에서 비스듬히 올려다보면 왼쪽 아래 그림과 같이 된다. 이 두 그림에서 어느 쪽에서나 보이지 않는것은 속에 있는 바른6면체이다. 여기에는 1과 7의 평균인 4가 있다. 이리하여 27개의 바른6면체에는 1과 7의 수자가 1개씩, 2와 6의 수자가 3개씩, 3과 5의 수자가 6개씩, 4의 수자가 7개로 된다. 이 수자들의 합은

$$(1+7)+(2+6)\times 3+(3+5)\times \times 6+4\times 7=108$$

이다.

다음으로 4단으로 쌓아올린 64개의 바른6면체에서는 27개일 때의 바른6면체를 참고로 하면 오른쪽 그림의 두개의 면이 각각 세면씩 생긴다. 이것들을 더하면 1과 10,

2와 9, 3과 8, 4와 7, 5와 6을 각각 조로 함으로써

$$\{11 \times (1+2+3+4+3+2+1)\} \times 3=528$$

로 된다.

1	2	3	4
2	3	4	5
3	4	5	6
4	5	6	7

4	5	6	7
5	6	7	8
6	7	8	9
7	8	9	10

해 답 149

그림 ㄴ에는 큰 직4각형이 하나, 그 $\frac{1}{2}$인 직4각형이 두개 있으므로 다해서 세개이다. 그림 ㄷ에는 큰 직4각형이 하나, 그 $\frac{2}{3}$인 직4각형이 두개, $\frac{1}{3}$인 직4각형이 세개 있으므로 다해서 6개이다. 같은 방법으로 생각하면 그림 ㄹ에는 큰 직4각형이 하나, 그 $\frac{2}{3}$인 직4각형이 두개, $\frac{2}{4}$인 직4각형이 세개, $\frac{1}{4}$인 직4각형이 네개이므로 다해서 10개이다.

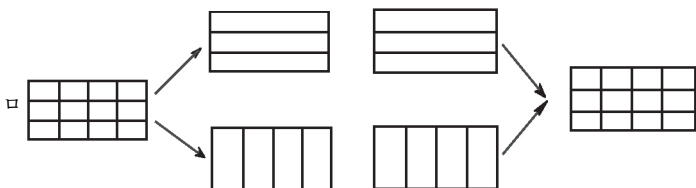



그림 ㅁ에서는 가로로 세개 자른 직4각형과 세로로 네개 자른 직4각형을 생각한다. 그러면 가로로 자른 직4각형에는 6개의 직4각형이 포함되고 세로로 자른 직4각형에는 10개의 직4각형이 포함된다. 그리고 각각의 직4각형을 무으면 그림 ㅁ에 포함되는 하나의 직4각형이 얻어진다. 그러므로 그림 ㅁ에 포함되는 직4각형은 모두 60(=6 × 10)개로 된다.

해답 150

먼저 1에서 14까지 가는 길을 생각한다. 그러면 그 도중에 11을 지나는것은 한가지이다. 또한 11을 지나지 않고 12를 지나는것은 6이든가 2의 어느것을 지나는가 하는것으로서 두가지이다. 또한 11과 12를 지나지 않고 13을 지나는것은 6을 지나든가, 2와 7을 지나든가, 3을 지나는 세가지이다. 마지막으로 11과 12와 13을 지나지 않고 14를 지나는것은 6을 지나든가, 2와 7을 지나든가, 3과 8을 지나든가, 4를 지나는 네가지이다. 이것으로 1에서 14까지 가는 길은 10가지로 된다.

21	22	23	24	25
16	17	18	19	20
11	12	13	14	15
6	7	8	9	10
1	2	3	4	5

다음으로 14에서 25로 가는 길을 생각한다.그러면 24를 지나든가,19와 20을 지나든가, 15를 지나는 세가지이다.

이리하여 1에서 14까지 가는 길이 10가지이고 14

에서 25로 가는 길이 세가지로 되였다. 그러면 1에서 14를 지나서 25로 가는 길은 1에서 14까지의 길과 14에서 25로 가는 길을 각각 독립적으로 골라야 하므로

$$10 \times 3 = 30(\text{가지})$$

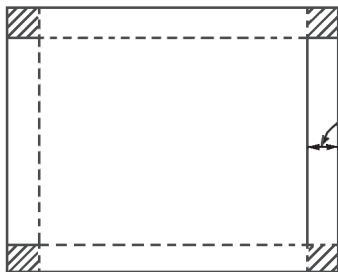
로 된다.

해답 151

둘레의 길이를 알고있으므로 먼저 도로의 면적을 구한다. 둘레의 길이에 길의 너비를 곱하면 그 면적은

$$96 \times 2 = 192(\mathrm{m}^2)$$

이지만 이것으로는 공원의 네 모서리에 있는 바른4각형이 두번씩 더해지게 된다. 그러므로 중복된 면적을 덜면 도로의 면적은

$$192 - 2 \times 2 \times 4 = 176(\mathrm{m}^2)$$

이다. 도로의 면적은 공원의 면적의 $\frac{11}{32}$배 $(=1-\frac{21}{32})$이므로 공원의 면적은

$$176 \div \frac{11}{32} = 512(\mathrm{m}^2)$$

이다. 그러면 둘레가 96m이므로 그 절반인 48m를 두개의 합으로 나누고 그 적이 면적인 512m² 로 되면 된다. 그리하여 512를 씨수의 적으로 나누면

$$512 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

로 되여 2를 9개 곱한것으로 된다. 이때 직4각형의 짧은 변이 4m이하이면 도로가 잘 만들어지지 않는다. 그러므로 가능성이 있는것은

$2\times2\times2$와 $2\times2\times2\times2\times2\times2$,

$2\times2\times2\times2$와 $2\times2\times2\times2\times2$

의 두조뿐이고 각각의 합은

$$8+64=72,\quad 16+32=48$$

로 된다. 이로부터 공원은 두변의 길이가 16m와 32m인 직4각형이다.

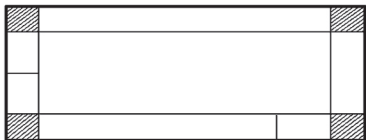
해 답 152

타일로 만든 직4각형의 둘레에 남은 타일을 다시 놓으면 오른쪽 그림과 같이 된다. 여기서 점선부분은 타일이 모자라는 부분이다. 이것을 완전히 채우려면

$$24\div\frac{2}{3}=36(\text{장})$$

의 타일이 필요하다. 그러면 처음에 만든 직4각형의 둘레의 길이는 빗선을 친 4장의 타일을 없애면 되므로 타일 한변의 길이를 1로 하면

$$36-4=32$$

이다. 이로부터 직4각형의 세로와 가로의 길이의 합은

$$32\div2=16$$

으로 된다. 그런데 세로와 가로의 길이의 비는 1:3이므로 세로의 길이는

$$16\div(1+3)=4$$

이고 가로의 길이는

$$4\times3=12$$

이다. 이리하여 직4각형을 만드는데 쓴 타일은

$$4\times12=48(\text{장})$$

으로 되고 나머지 24장의 타일을 더하면 처음에 있은

타일은

$$48+24=72(\text{장})$$

으로 된다.

해 답 153

OY에서 OX까지는 시계바늘과 반대방향으로 240도이다. 그러므로 P는 1초동안에 30도(=240 ÷ 3)의 속도, Q는 1초동안에 30도 (=240 ÷ 8)의 속도로 돌아간다. 이 차는 50도(=80 − 30)이고 1초동안에 50도씩 차가 생긴다.

이제 세 점 O, P, Q가 처음으로 한직선으로 되는것은 차가 180도로 되였을 때이다. 이것은 P와 Q가 동시에 움직이기 시작해서 3.6초(=180 ÷ 50) 지났을 때로서 Q는 이미

$$30 \times 3.6=108(\text{도})$$

돌고있다.

다음으로 세 점 O, P, Q가 그림자가 없는 부분에서 한직선으로 되기 위해서는 P와 Q의 차가 360도의 곱절수로 되여야 한다. 이것을 시간으로 고치면

$$360 \div 50=7.2(\text{초})$$

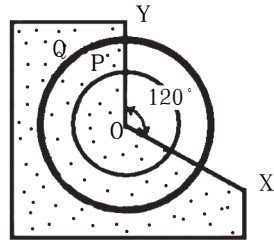
의 곱절수이고 Q가 돈 각은

$$30 \times 7.2=216(\text{도})$$

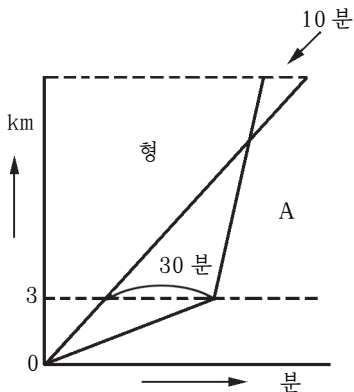
이다. 이것을 2배, 3배 등으로 해가면

$$216 \times 2=432 \rightarrow 432 - 360=72(\text{도})$$

$$216 \times 3=648 \rightarrow 648 - 360=288(\text{도})$$

로 되고 세번째인 288도에서 그림자가 없는 부분에 들

어간다. 이것을 시간으로 고치면 21.6초(=7.2 × 3)이다. 이리하여 세 점이 그림자가 없는부분에서 처음으로 한직선으로 되는것은 출발해서부터 21.6초후로 된다.

해답 154

그라프를 보면 A가 택시를 탄것은 집에서부터 3㎞ 걸어간 곳이다.

이 사이를 A는

$$3 \times \frac{60}{4} = 45(\text{분})$$

걷고 형은

$$3 \times \frac{60}{12} = 15(\text{분})$$

간다. 그러므로 A가 택시를 탄 지점을 형은 30분전에 지나갔다. 이리하여 A가 택시를 탄 거리를 형은 40분 더 걸려서 갔다.

그런데 택시의 시속은 42㎞이다. 자전거의 시속은 12㎞이므로 42㎞를 자전거로 달리면

$$42 \div 12 = 3.5(\text{시간})$$

걸린다. 그러므로 42㎞를 택시와 자전거로 달리면 자전거가

$$(3.5 - 1) \times 60 = 150(\text{분})$$

더 걸린다. 할머니네 집으로 갈 때는 40분 더 걸렸으므로 A가 택시를 탄 지점으로부터 할머니네 집까지는

$$42 \times (40 \div 150) = 11.2(\text{㎞})$$

로 된다. A의 집에서부터 할머니네 집까지는 여기에 3

km를 더한 14.2 km이다.

해답 155

꼭두점 B 다음의것을 꼭두점 C라고 하면 다음의것이 꼭두점 D, E, F일 때도 상태는 마찬가지이므로 간단히 4배하면 답으로 된다.

먼저 꼭두점 A를 지나지 않을 때에는 꼭두점 C 다음의것을 꼭두점 D라고 하면

B → C → D → B,

B → C → D → E → B,

B → C → D → E → F → B

의 세가지이다. 그러면 꼭두점 C의 다음이 꼭두점 F일 때도 같으므로 모두 6가지를 4배한 24가지가 답이다.

다음으로 꼭두점 A를 지날 때는 꼭두점 C에서 꼭두점 A에로 직접 나가는것이

B → C → A → (D, E, F,) → B

B → C → A → (D → E, E → D, E → F, F → E) → B

B → C → A → (D → E → F, F → E → D) → B

의 9가지이다. 여기서 ( )안은 어느 하나를 고른다. 또한 꼭두점 C에서 다른 점을 거쳐서 꼭두점 A에로 가는것이

B → C → D → A → (E, F) → B

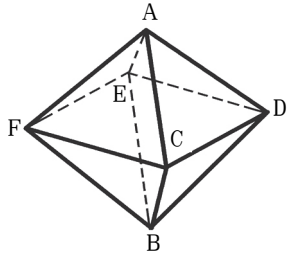
B → C → F → A → (D, E) → B

B → C → D → A → (E → F, F → E) → B

B → C → F → A → (D → E, E → D) → B

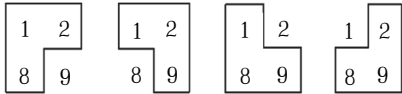
B → C → D → E → A → F → B

B → C → F → E → A → D → B

의 10가지이다. 이것들을 모두 더하면 19가지이고 4배하면 76가지로 된다.

해 답 156

먼저 왼쪽 웃모서리에 낫모양의 틀을 놓으면 네개의 방향이 있으므로 오른쪽 그림의 네가지로 된다.

이때 틀안에 있는 세 수의 합은 왼쪽으로부터 차례로

$$1+2+8=11,\ 1+2+9=12,$$
$$1+8+9=18,\ 2+8+9=19$$

이다. 각각의 틀을 오른쪽으로 하나씩 움직이면 세 수의 합은 3만큼 많아지고 아래로 하나씩 움직이면 21만큼 많아진다. 이것을 보면 어느것도 3의 곱절수만큼 많아진다.

이제 328을 3으로 나누면

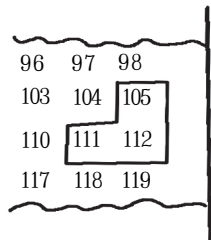
$$328 \div 3=109 \cdots \text{나머지 } 1$$

로 되여 나머지는 1이다. 여기서 11, 12, 18, 19를 3으로 나누면 나머지가 1로 되는것은 19뿐이다.

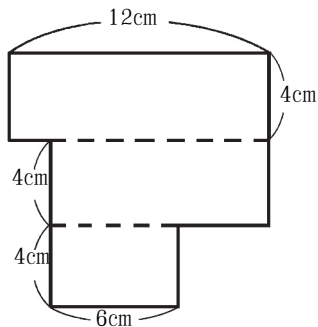
이리하여 틀을 놓는 방법은 오른쪽 끝의것으로결정된다. 그런데 이 틀안에 있는 오른쪽 아래모서리인 9는 19에 8(=7+1)를 더하고 3으로 나누면 나온다. 그리하여 328에 8을 더하고 3으로 나누면

$$(328+8) \div 3=112$$

이다. 이리하여 세수의 합을 328로 하기 위해서는 오른쪽 아래모서리에 112를 넣으면 된다.

96	97	98
103	104	105
110	111	112
117	118	119

이때 112는 7로 나누어지므로 표안에 있는 오른쪽 끝에 온다. 앞의 그림은 세수의 합이 328로 되는 틀을 놓는 방향을 구체적으로 보여준것이다.

해 답 157

왼쪽 그림은 그릇을 앞에서부터 본것이므로 안쪽 방향은 4㎝이다. 여기서 점선으로 나눈 세개의 직6면체의 체적을 아래에서부터 계산하면

$$6 \times 4 \times 4 = 96(cm^3),$$
$$10 \times 4 \times 4 = 160(cm^3),$$
$$12 \times 4 \times 4 = 192(cm^3)$$

이다. 여기에 넣는 물의 체적은 304cm³이므로 제일 우에 있는 직6면체에

$$304 - (96+160) = 48(cm^3)$$

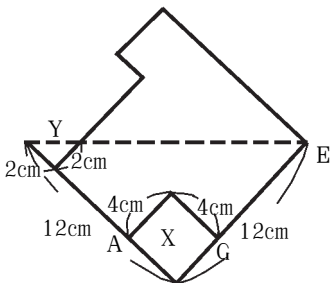
만큼 물이 들어간다. 이 물의 높이는

$$48 \div (12 \times 4) = 1(㎝)$$

이므로 제일 깊은 곳은 9㎝(=8+1)이다.

다음으로 변 AB와 변 CD를 수평으로 하면 앞에서부터 본 면은 아래의 그림과 같이 되고 물은 E에서 흘러나온다. 여기서 그림안의 바른4각형 X와 직각2등변3각형 Y를 더하고 E에서부터 아래에 있는 직각2등변3각형의 면적을 계산하면 72cm²(=12 × 12 ÷ 2) 이므로 X와 Y를 내놓은 부분의 면적은

$$72 - (4 \times 4 + 2 \times 2 \div$$
$$\div 2) = 54(cm^2)$$

이다. 여기에 안쪽 방향의 4㎝를 곱한것이 그릇에 남은 물량이므로 밖으로 흘러나오는 물량은

$$304 - 54 \times 4 = 88(\text{cm}^3)$$

이다.

해 답 158

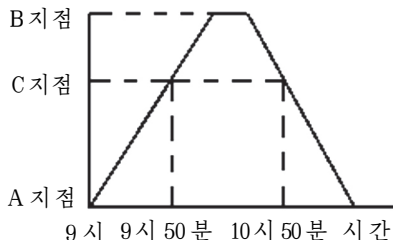
C지점을 지난것은 갈 때가 9시 50분, 돌아올 때가 10시 50분이므로 이 사이는 꼭 1시간이다. 그러면 B지점에 15분동안 머물러있었으므로 자전거를 탄것은 45분이다. 이것은 갈 때와 올 때의 속도의 비가 4:5로 탔으므로 C지점에서 B지점까지

$$45 \times \frac{5}{4+5} = 25(\text{분})$$

걸리고 B지점에는 10시 15분에 도착하였다.

갈 때는 9시에서 10시 15분까지의 1시간 15분 걸렸으므로 올 때 걸린 시간은

$$75 \times \frac{4}{5} = 60(\text{분})$$

이다. 그러면 올 때는 B지점을 10시 30분에 떠나므로 A지점에는 11시 30분에 도착한다. 그러므로 11시 20분은 A지점에 도착하기 10분전으로 되고 2㎞를 10분동안에 달린것으로 된다. 이것은 시속으로 고치면

$$2 \div \frac{1}{6} = 12(\text{km/h})$$

이다. 그러면 갈 때의 시속은

$$12 \times \frac{4}{5} = 9\frac{3}{5}(\text{km/h})$$

로 된다.

해 답 159

먼저 40전짜리 우표와 70전짜리 우표를 여러가지로 무어서 만들수 있는 료금을 살펴본다. 그러면 재미있는것을 발견할수 있다. 그것은 180전이상은 늘 만들수 있다는것이다. 이것을 보여주기 위하여 180전에서 210전까지를 생각하면

$$180=40\times1+70\times2(\text{전})$$
$$190=40\times3+70\times1(\text{전})$$
$$200=40\times5(\text{전})$$
$$210=70\times3(\text{전})$$

와 같이 만들수 있다. 그러면 여기에 40전짜리 우표 한장을 더하면 220전에서 250전까지를 만들수 있고 40전짜리 우표 두장을 더하면 260전에서 290전까지 만들수 있다. 이리하여 180전에서 210전까지의 어느 하나에 40전짜리 우표를 덧붙이면 180전이상의 료금을 얼마든지 만들수 있다는것을 알수 있다. 여기서 170전이하에 대하여 살펴보면

$$140=70\times2,$$
$$150=40\times2+70\times1,$$
$$160=40\times4$$

로 되고 140전에서 160전까지는 만들수 있다. 그러나 40전짜리와 70전짜리를 어떻게 무어도 130전과 170전은 만들수 있다. 료금은 140전이상이여야 한다는것을 알고있으므로 정확한 료금은 170전이다.

문제를 보았을 때에는 이상하게 여겼는데 풀고보면 답이 한가지로 결정된다. 묘하게 만들어진 문제이다.

해 답 160

제일 가벼운 35㎏은 A와 B의 몸무게를 더한것이고 이것을

$$A+B=35(㎏)$$

으로 쓴다. 그러면 다음의 39㎏은 A와 C의 몸무게를 더한것으로서

$$A+C=39(㎏)$$

으로 된다. 또한 제일 무거운 54㎏은 C와 D를 더한것으로서

$$C+D=54(㎏)$$

으로 되고 그다음으로 무거운 50㎏은 B와 D를 더한

$$B+D=50(㎏)$$

으로 된다. 이로부터 네명의 몸무게를 더한것은

$$A+B+C+D=35+54=39+50=89(㎏)$$

이다. 그러나 가운데의 44㎏과 45㎏에 대해서는 아직 아무것도 말할수 없다. 이제 39㎏에서 35㎏을 덜면 이것은 C의 몸무게에서 B의 몸무게를 던 차로서

$$C-B=4(㎏)$$

으로 된다. 이로부터 C의 몸무게는 B의 몸무게보다 4㎏ 무겁고

$$B+C=B+(B+4)=2\times B+4$$

로 된다. 이 값은 짝수이므로 44㎏과 45㎏가운데서 44㎏밖에 없다. 이리하여

$$2\times B+4=44㎏$$

으로부터 B의 몸무게는 20㎏으로 결정되고 C의 몸무게는 24㎏으로 된다. 그러면 A의 몸무게가 15㎏, D의 몸무게가 30㎏이라는것도 간단히 결정된다.

이 문제에서는 가운데의 44㎏과 45㎏의 한쪽이 짝수이고 다른 한쪽이 홀수였으므로 잘 풀릴수 있었다.

해답 161

차가 A와 어긴 직후를 생각하면 차와 B는 마주 향하여 달리고있다. 그러므로 차가 매초 10m의 속도, B가 매초 4m의 속도이라면 량쪽사이의 거리는 매초 14m(=10+4)씩 줄어든다. 이 비률로 2분 걸렸다는것은 그사이의 거리가

$$14 \times 2 \times 60 = 1680(m)$$

였다는것을 보여준다. 이리하여 차가 A와 어기였을 때 B는 그보다 1680m뒤에서 달리고있었다.

차는 A와 어겨서부터 B와 어길 때까지 2분(120초)이 걸리였다. A는 매초 5m의 속도, B는 매초 4m의 속도이므로 두 사람사이의 거리는 매초 1m(=5－4)씩 떨어지게 된다. 그러면 120초에서는 120m 떨어지게 된다. 그런데 차가 A와 어기였을 때 A와 B사이의 거리는 1680m였다. 여기에 120m를 더하면

$$1680 + 120 = 1800(m)$$

로 된다. 이리하여 차가 B와 어기였을 때 A는 1800m 앞을 달리고있은것으로 된다.

풀이를 읽으면 리해할수 있지만 좀처럼 이렇게 쉽게는 생각되지 않을것이다.

해답 162

책을 옮긴 마지막 상태에서는 웃단과 가운데단의 책의 권수는 같고 아래단의 책은 그 1.5배이다. 그러므로 옮긴 후의 가운데단의 책을 기준으로 하면 전체로서는 그것의 3.5배(=1+1+1.5)이다. 그런데 가운데단에서

부터는 $\frac{1}{5}$의 책을 꺼냈으므로 가운데단의 처음의 책은 그것의

$$1 \div \left(1-\frac{1}{5}\right)=\frac{5}{4}=1.25(\text{배})$$

였다. 이리하여 가운데단의 1을 1.25로 바꾸면 처음에 있었던 모든 책은 옮긴후의 가운데단의 책의

$$1+1.25+1.5=3.75(\text{배})$$

였다. 이것이 150권이므로 옮긴 후의 가운데단의 권수는

$$150 \div 3.75=40(\text{권})$$

이고 가운데단에서부터 꺼내기전의 책의 권수는

$$40 \div \frac{4}{5}=50(\text{권})$$

으로 된다. 이리하여 꺼낸 책은 10권이다.

그러면 옮긴 후의 웃단의 책도 40권으로 되고 18권을 아래단에 옮기기전은 58권(=40+18)로 된다. 또한 옮긴 후의 아래단의 책은

$$40 \times 1.5=60(\text{권})$$

이므로 처음에 42권(=60 − 18)이 아래단에 있었다. 이리하여 처음에 웃단에 58권의 책, 가운데단에 50권의 책, 아래단에 42권의 책이 있었던것으로 된다.

해답 163

될수록 물건을 적게 하기 위하여 첫번째 자루에서는 물건을 저울에 올려놓지 않기로 한다. 그리고 두번째 자루에서는 1개, 세번째 자루에서는 2개의 물건을 저울에 올려놓는다. 그러면 네번째 자루부터는 3개를 올려놓는 식으로는 될수 없다. 그렇게 놓으면 첫번째 자루와 네번째 자루가 가짜일 때와 두번째와 세번째 자루가 가짜일 때 어느쪽도 세개의 가짜물건이 저울에 올라있는

것으로 되기때문이다. 그러므로 네번째 자루부터는 네개의 물건을 올려놓는것으로 한다. 그러면 다섯번째 자루에서 5개의 물건을 올려놓았을 때는 첫번째 자루와 다섯번째 자루가 가짜일 때와 두번째 자루와 네번째 자루가 가짜일 때 어느쪽도 5개의 가짜물건이 저울에 올라있는것으로 된다. 또한 다섯번째 자루에서 6개의 물건을 올려놓았을 때는 첫번째 자루와 다섯번째 자루가 가짜일 때와 세번째와 네번째 자루가 가짜일 때 어느쪽도 6개의 가짜물건이 저울에 올라있는것으로 된다. 그리하여 다섯번째 자루에서는 7개의 물건을 올려놓는것으로 한다.

우와 같이 올려놓으면 어느 두개의 자루가 가짜인가에 따라 합계의 무게가 표와 같이 모두 달라진다.

가짜물건의 자루	1과 2	1과 3	1과 4	1과 5	2와 3	2와 4	2와 5	3과 4	3과 5	4와 5
합계의 무게(g)	699	698	696	693	697	695	692	694	691	698

또한 이보다 물건을 적게 할수 없다는것은 우의 설명으로부터 거의 알수 있다.

해 답 164

매달 30개씩 써야 할것을 매달 39개씩 썼다면 한달에 9개(=39 − 30)씩 더 쓰는것으로 된다. 이것을 금년 4월부터 11월까지의 여덟달동안 계속 썼으므로 초과알수는 모두 72개(=9 × 8)로 된다. 이 72개의 탁구공은 본래 금년 12월부터 다음해 3월까지의 넉달동안에 쓰려고 한 탁구공이다. 이로부터 한달에 18개(=72 ÷ 4)

씩 처음에 있던 탁구소조의 탁구공을 쓸 예정이였다. 이것의 열두달동안의 총개수는

$$18 \times 12=216(\text{개})$$

이고 한통에 12개 들어있으므로 18통으로 된다.

한편 매달 30개의 비률로 탁구공을 쓴다면 열두달동안에는 360개(=30 × 12)이다. 이가운데서 216개는 처음부터 있었기때문에 열두달동안에 사서 보충한 탁구공의 총개수는

$$360-216=144(\text{개})$$

이다. 이로부터 매달 월초에 사서 보충한 탁구공의 개수는

$$144 \div 12=12(\text{개})$$

였다. 이 문제에서는 매달 더 쓰는 개수에 주목하는것이 중요하며 그것이 해결의 열쇠로 되였다.

해답 165

매표소의 매표구가 하나일 때는 40명의 줄이 10분에 없어지므로 1분동안에 4명(=40 ÷ 10)씩의 비률로 줄어든다. 매표구가 두개로 되면 매개 매표구에서는 40명의 절반인 20명을 담당한다. 이것이 4분동안에 없어지므로 1분사이에 5명(=20 ÷ 4)씩의 비률로 줄어드는 것으로 된다. 줄어드는 수가 네사람에서 다섯사람으로 늘어난것은 매표구가 두개로 되면 표를 팔아서부터 매표구에 모여오는 사람의 절반만을 맡으면 되기때문이다. 즉 1분동안에 매표구에 모여오는 사람들의 수의 절반이 한사람(=5 − 4)이라는데로부터 이 매표구에는 1분동안에 두사람씩의 비률로 사람이 온것이다. 이리하여 한개의 매표구에서는 1분동안에 6장(=4+2)씩의 입장권을 팔고있었다.

우의 결과를 실지로 확인해보자. 매표구가 1개일 때는 10분동안에 20명(=2 × 10)이 매표구에 오고 여기에 표를 팔기전에 온 40명을 더하면 모두 60명이다. 이것을 1분동안에 6명씩의 비률로 팔아치우면 10분(=60 ÷ 6) 동안에 다 없어진다. 매표구가 2개일 때는 4분동안에 8명(=2 × 4)이 매표구에 오고 여기에 팔기전의 40명을 더하면 모두 48명으로 된다. 이것을 1분동안에 12명(=6 × 2)씩의 비률로 팔아치우면 4분(=48 ÷ 12)동안에 모두 없어진다. 매표구를 3개로 하면 1분동안에 18명(=6 × 3)씩의 비률로 팔수 있다. 이가운데서 2명은 표를 판 후의 사람에 해당되므로 40명의 렬은 1분동안에 16명(=18 − 2)씩의 비률로 줄어든다. 그러므로 40명의 줄은

$$40 \div 16 = 2.5(\text{분})$$

동안에 없어진다.

해 답 166

잊어버린 물건때문에 소비한 시간은 집에서 400m인 곳까지 걸은 8분(=400 ÷ 50)과 거기서부터 집으로 돌아올 때까지의 5분(=400 ÷ 80) 그리고 잊은 물건을 찾는데 걸린 시간인 5분을 합하면 18분(8+5+5)이다. 따라서 이만한 시간을 허비하여 집을 나선것이다.

한편 처음에 예견한것은 운동회가 시작하기 10분전에 경기장에 도착하는것이였다. 이것이 실지는 2분전에 도착하였으므로 예견보다 8분(=10 − 2) 늦어졌다. 이리하여 18분이나 늦어서 집을 떠났는데 불과 8분 늦어진것은 걷는 속도를 매분 50m로부터 매분 75m로 높였기때문이다. 즉 걷는 속도를 높였기때문에 10분을 절약한것

으로 된다. 그러므로 매분 50m의 속도로 걸으면 1m 걷는데 $\frac{1}{50}$분 걸린다. 이것을 1분동안에 75m의 속도로 걷는다면 1m 걷는데 $\frac{1}{75}$분 걸린다. 그러므로 걷는 속도를 1분동안에 50m로부터 75m로 높이면 1m 걷는데

$$\frac{1}{50}-\frac{1}{75}=\frac{1}{150}(\text{분})$$

씩 절약하게 된다. 이 비률로 10분을 절약하자면 걷는 거리는 1500m$(=10\div\frac{1}{150})$로 된다. 이리하여 A의 집에서부터 경기장까지의 거리는 1500m로 된다. 그러면 처음의 예견에서는 8시 30분에 집을 나서서 1500m의 거리를 30분(=1500 ÷ 50)에 걸어서 10분전에 경기장에 도착하려고 하였으므로 운동회 시작시간은 9시 10분으로 된다.

해답 167

쓰는 돈을 달리하여 A는 매일 75전, B는 매일 50전씩 쓰는것으로 하자. 이 비는

$$75:50=3:2$$

이므로 A와 B가 가지고있는 돈의 비와 같다. 그러면 B가 가지고있는 돈을 다 썼을 때 A도 가지고있는 돈을 다 썼을것이다.

그런데 A가 실지로 쓴 돈은 매일 60전씩이였다. 이것은 매일 75전씩 썼을 때와 비교하면 15전씩 절약한 셈이다. 절약한 금액이 점차로 저축되여 B가 가지고있는 돈을 다 썼을 때는 90전으로 되였다고 생각할수 있다. 이리하여 B가 다 쓰기까지의 날수는

$$90\div 15=6(\text{일})$$

로 된다. 이로부터 B가 처음에 가지고있은 돈은

$$50 \times 6=300(\text{전})$$

으로 된다.

A가 처음에 가지고있은 돈은 B가 가지고있은 돈의 $\frac{3}{2}$배이므로

$$300 \times \frac{3}{2}=450(\text{전})$$

으로 된다.

이 문제에서는 A가 매일 75전씩 쓴다고 가정한 점에 해결의 열쇠가 있었다.

해 답 168

50명 모두가 학생이라면 학생의 비용은 한사람당 17원이므로 총비용은

$$17 \times 50=850(\text{원})$$

이다. 이것은 1000원이 되지 않으므로 150원은 따라간 할아버지, 할머니들이 낸것으로 된다. 할아버지가 같이 따라가면 나머지 비용은

$$35-17=18(\text{원})$$

이고 할머니가 따라가면 나머지 비용은

$$30-17=13(\text{원})$$

이다. 그러므로 18원의 몇배, 13원의 몇배를 더한것이 꼭 150원으로 된다면 그것이 답으로 된다.

여기서 례컨대 할아버지가 두사람이라고 하면

$$150-18 \times 2=114(\text{원})$$

은 할머니가 낸것으로 된다. 그러나 114원은 13원으로 나누어지지 않으므로 할아버지가 두사람이 아니다. 이

와 같은 방법으로 할아버지를 0사람, 한사람, 두사람, 세사람으로 차례로 늘구어가면 다음과 같이 된다.

할아버지의 인원수	0	1	2	3	4	5	6	7	8
할아버지의 참가비	0	18	36	54	72	90	108	126	144
150원에서 던 나머지	150	132	114	96	78	60	42	24	6
13원으로 나누어 지는가	×	×	×	×	○	×	×	×	×
할머니의 인원수					6				

이리하여 할아버지를 네사람으로 했을 때만 꼭 맞는다. 이때 할머니의 인원수는 여섯사람이다.

해 답 169

A와 B가 둘다 접시만을 씻으면 A는 1분동안에 3개, B는 1분동안에 2개이므로 20분동안에

$$(3+2)\times 20=100(\text{개})$$

로 된다. 이것으로는 34개 (=134 − 100)가 적으므로 그 몫만큼 고뿌로 보충한셈이다. 접시대신에 고뿌를 씻으면 A의 경우는 1분동안에 6개 (=9 − 3)이고 B의 경우는 1분동안에 5개씩이나 많아진다. 여기서 A가 고뿌를 씻은 시간을 □분으로 하고 B가 고뿌를 씻은 시간을 △분으로 표시하면

$$\square\times 6+\triangle\times 5=34$$

로 될것이다. 이 □에 0, 1, 2, …와 같이 순서대로 수를 넣으면

로 되여 □에 4를 넣었을 때만 나머지가 없다.

□	0	1	2	3	4	5
△	6	5	4	3	2	0
나머지	4	3	2	1	0	4

이리하여 A는 4분동안만 고뿌를 씻고 B는 2분동안만 고뿌를 씻는것으로 된다. 그러면 고뿌개수는

$$9 \times 4 + 7 \times 2 = 50(\text{개})$$

이고 접시의 개수는

$$3 \times 16 + 2 \times 18 = 84(\text{개})$$

로 결정된다.

이 문제에서는 답이 하나밖에 없다는데 재미가 있다.

해 답 170

전차는 한시간에 80km의 속도로 달리므로 도중에서 멎지 않으면 A역에서 B역까지는 75분$\left(=\frac{100}{80}\times 60\right)$ 걸린다. 도중에서 10분동안 멎어있었으므로 실지 걸린 시간은 85분이다.

뻐스는 전차보다 1시간전에 A역을 떠났으므로 B역까지 가는데 걸린 시간은 145분(=85+60)이다. 이제 뻐스가 처음부터 한시간에 40km의 속도로 B역까지 계속 달리면 A역에서 B역까지의 시간은 150분$\left(=\frac{100}{40}\times 60\right)$ 걸린다. 이것이 145분으로 된것은 처음에 한시간에 50km의 속도로 달렸기때문이다. 한시간에 50km로 달리는 뻐

스는 1km로 달리는데 $\frac{6}{5}$분$(=\frac{1}{50}\times 60)$ 걸리고 한시간에 40km의 속도로 달리는 뻐스는

$$\frac{1}{40}\times 60=\frac{3}{2}(분)$$

걸린다. 그러므로 1km마다

$$\frac{3}{2}-\frac{6}{5}=\frac{3}{10}(분)$$

씩의 차가 생기는것으로 되고 5분(=150 − 145)의 차가 생기자면 A역에서부터

$$5\div\frac{3}{10}=16\frac{2}{3}(\text{km})$$

인 곳까지 한시간에 50km의 속도로 달린것으로 된다. 이것은 A역을 떠나서

$$16\frac{2}{3}\div\frac{50}{60}=20(분)$$

후이다.

해답 171

20g짜리 저울추가 5g짜리 저울추보다 하나 많으면 5g짜리 저울추와 20g짜리 저울추의 개수를 거꾸로 했을 때 무게는 모두 15g(=20−5)만큼 줄지만 실지는 60g(=250 − 190)만큼 줄어든다. 이로부터 20g짜리 저울추는 5g짜리 저울추보다 4개(60 ÷ 5) 많은것으로 된다.

다음으로 5g과 20g짜리 저울추의 개수를 같이하여 문제를 생각하기 쉽게 하여보자. 그러자면 20g짜리 추를 4개만 줄어들게 하면 된다. 이로부터 무게의 합계가

$$250 - 4 \times 20=170(g)$$

으로 되는것과 함께 추의 개수는 15개로 된다. 이때 15개 모두가 10g짜리 추이면 150g으로 될것이다. 이것이

170g으로 되여있는것은 5g과 20g짜리 추가 섞여있기때문이다.

10g짜리 추 2개대신에 5g짜리와 20g짜리 추를 1개씩 섞이면

$$(5+20)-2\times 10=5(g)$$

만큼 무거워진다. 그런데 실지는

$$170-150=20(g)$$

이나 무거우므로 5g짜리와 20g짜리 추는 각각

$$20\div 5=4(\text{개})$$

씩 섞여있는것으로 된다. 그러므로 10g짜리 추는

$$15-2\times 4=7(\text{개})$$

로 된다. 이리하여 20g짜리 추를 줄이지 않은 처음상태에서는 5g짜리 추가 4개, 10g짜리 추가 7개, 20g짜리 추가 8개로 된다.

해 답 172

먹이통에 먹이가 가득 찼을 때의 먹이량을 1로 해본다. 그러면 앵무새를 1마리 늘이기전에는 6일동안에 준 먹이를 다 먹었기때문에 하루에 먹는 먹이량은 $\frac{1}{6}(=1\div 6)$이다. 앵무새를 한마리 늘인 다음에는 9일동안에 준 먹이량은

$$1+\frac{1}{16}\times 9=\frac{25}{16}$$

이고 하루에 먹는 먹이량은 $\frac{25}{144}(=\frac{25}{16}\div 9)$이다. 이것과 $\frac{1}{6}$과의 차는 앵무새가 한마리 불어났기때문이고 한마리의 앵무새가 하루에 먹는 먹이량은

$$\frac{25}{144}-\frac{1}{6}=\frac{1}{144}$$

이다.

다음은 15마리가운데 꾀꼴새가 몇마리 있는가를 살펴보자. 15마리가 다 앵무새라면 하루에 먹는 먹이량은

$$\frac{1}{144}\times 15=\frac{5}{48}$$

이다. 그러면

$$\frac{1}{6}-\frac{5}{48}=\frac{1}{16}$$

은 꾀꼴새가 있었으므로 꾀꼴새는 앵무새보다 하루에 $\frac{1}{144}$만큼 많이 먹으므로

$$\frac{1}{16}\div\frac{1}{144}=9\text{(마리)}$$

의 꾀꼴새가 있은것으로 된다.

해답 173

A, B, C 세사람이 가지고있는 밤의 총량은

116+112+96=324(개)

이므로 세사람은 최종적으로 108개(=324 ÷ 3)씩의 밤을 가지게 된다. 이것은 누구에게 자기밤의 $\frac{1}{4}$을 준 결과이므로 주기전에는 144개(=108 ÷ $\frac{3}{4}$)를 가지고있었을것이다. 준 개수는 36개(=144 − 108)이므로 그 사람이 받기전에는 72개(=108 − 36)이다. 이리하여 하나앞선 상태에서는 세사람이 가지고있는 밤의 개수는 많은 순서로 144개, 108개, 72개이다.

한편 처음에 A가 $\frac{1}{4}$을 B에게 주면 A는 87개(=116 $\times \frac{3}{4}$)이고 B는 141개(=112+116 $\times \frac{1}{4}$), C에게 주면 A는 87개이고 C는 125개(=96+116 $\times \frac{1}{4}$)이다. 같은 계산으로부터 처음에 B가 A에게 주면 B는 84개이고 A는 144개, C에게 주면 B는 84개이고 C는 124개이다. 또한 처음에 C가 A에게 주면 C는 72개이고 A는 140개, B에게 주면 C는 72개이고 B는 136개이다. 이가운데서 144개, 108개, 72개의 어느것과 공통으로 되는것은 B가 A에게 주었을 때이든가 C가 A나 B에게 주었을 때뿐이다.

그러므로 매 경우를 같은 방법으로 살펴보면 B가 A에게 주고 다음에 C가 B에게 주었을 때만 144개, 108개, 72개의 상태에 이르게 된다. 이리하여 처음에 B가 $\frac{1}{4}$을 A에게 주고 다음에 C가 $\frac{1}{4}$을 B에게 주고 마감에 A가 $\frac{1}{4}$을 C에게 주었다는것을 알수 있다.

해답 174

A통속에 있는 검은돌의 개수는 810개(=2700 × 0.3)이다. 이것이 전체의 40%로 되기 위해서는 흰돌의 개수가

$$810 \times \frac{0.6}{0.4} = 1215(\text{개})$$

이다. 그런데 A속에 있는 흰돌의 개수는

$$2700 \times (1 - 0.3) = 1890(\text{개})$$

이므로 흰돌이

$$1890 - 1215 = 675(\text{개})$$

더 있는것으로 된다. 그러므로 B속에 있는 검은돌과 흰돌을 675개의 흰돌에 섞어서 검은돌이 40%로 되게 하면 된다.

그런데 B속에 있는 검은돌의 비률은 일부 돌을 A에 옮긴 후에도 90%이다. 이로부터 옮긴 돌속에 있는 검은돌의 비률도 90%이다. 이리하여 흰돌 1개에 검은돌 9개의 비률로 A통에 돌을 옮긴것으로 된다. 이것을 675개의 흰돌과 섞으므로 검은돌은 B에서 옮긴것뿐이다. 이제 검은돌 9개와 흰돌 1개를 옮겼다고 하면 이 검은돌이 전체의 40%로 되기 위해서는 흰돌이 전체적으로

$$9 \times \frac{0.6}{0.4} = 13.5(\text{개})$$

가 필요하다. 이가운데서 1개는 옮긴 흰돌이므로 나머지 12.5개(=13.5－1)는 675개의 흰돌에서 보충할 필요가 있다. 9개의 검은돌마다에 12.5개의 흰돌을 보충하므로 675개를 모두 보충하는데 리용하기 위해서는B로부터 A에로

$$9 \times \frac{675}{12.5} = 486(\text{개})$$

의 검은돌을 옮기면 된다는것을 알수 있다. 이때 B로부터 A에로 옮기는 흰돌의 개수는 54개(=486÷9)이다.

해 답 175

올라가는 전차는 A역을 떠나서 6분후에 B역에 도착하는데 떠나서 2분 40초후에 내려오는 전차와 어기고있다. 각각의 시간을 초로 고치면

$$6 \times 60 = 360(\text{초})$$

$$2 \times 60 + 40 = 160(\text{초})$$

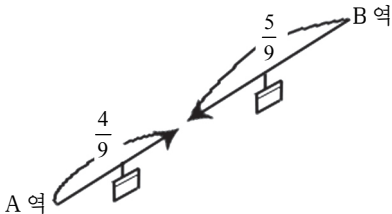
이므로 올라가는 전차가 A역을 떠나서

$$\frac{160}{360}=\frac{4}{9}$$

인 지점에서 내려오는 전차와 어긴것으로 된다. 그러면 내려오는 전차는 거기까지 전체의 $\frac{5}{9}$를 지나온것으로 되고 올라가는 전차와 내려오는 전차의 속도의 비는

$$\frac{4}{9}:\frac{5}{9}=4:5$$

로 된다.

이리하여 내려오는 전차의 속도는 올라가는 전차의 속도의 $\frac{5}{4}$배로 되고 B역에서 A역에 도착할 때까지의 시간은

$$6\div\frac{5}{4}=4\frac{4}{5}(\text{분})=4\text{분}\ \ 48\text{초}$$

로 된다.

해답 176

손풍금을 배우고있는 학생은 18명, 피아노를 배우고있는 학생은 13명, 둘다 배우지 않는 학생은 7명이므로 그 합은

$$18+13+7=38(\text{명})$$

이다. 이것은 학급학생수보다 6명(=38－32) 더 많은것으로 되여있는데 손풍금과 피아노를 다 배우는 학생을 중복하여 셋기때문이다. 이리하여 둘다 배우는 학생은 6명으로 되고 손풍금만 배우는 학생은 12명(=18－6), 피아노만 배우고있는 학생은 7명(=13－6)으로 된다.

손풍금만 배우고있는 학생은 남녀가 같은 수이므로

각각 6명씩이다. 그러면 녀학생은 15명이므로 나머지는 9명(=15 − 6)이다. 그러나 피아노를 배우고있는 녀학생의 절반은 손풍금도 배우고있으므로 피아노를 배우고있는 녀학생은 최고 8명으로 되고 둘다 배우고있는 녀학생은 4명이하이다. 또한 둘다 배우고있지 않는 7명을 모두 녀학생이라고 해도 피아노를 배우고있는 녀학생이 2명(=15 − 6 − 7)으로 되고 둘다 배우고있는 녀학생이 1명은 있다.

이리하여 둘다 배우고있는 녀학생은 1명에서 4명사이이다.

다음으로 둘다 배우고있는 6명가운데서 녀학생이 남학생보다 많다고 하면 녀학생이 1명에서 4명사이이므로 녀학생은 4명으로 결정된다. 그러면 피아노를 배우고있는 녀학생은 8명, 남학생은 5명으로 되므로 둘다 배우지 않는 남학생은 6명(=17 − 6 − 5)으로 된다.

해답 177

만일 상품 B를 예견한 개수만큼 샀다고 하면 13개분의

$$462 \times 13 = 6006(\text{원})$$

이 더 필요하다. 그러나 13개 적게 하면 거스름돈이 생기므로 실제로 필요한 값은 6006원보다 적어도 된다. 그런데 상품 B와 상품 A의 차는 12원(=462 − 450)이므로 예견한 개수는 기껏 많아도

$$6006 \div 12 = 500.5(\text{개})$$

까지이다. 이리하여 예견한 개수는 500개이하로 된다.

다음으로 상품 C를 예견한 개수만큼 샀다고 하면 37개분의

$$486 \times 37=17982(\text{원})$$

이 더 필요하다. 그러나 37개 적게 하여도 살수 없었으므로 실제로 필요한 값은 17982원보다 많아진다. 그런데 상품 C와 상품 A의 차는 36원(=486 − 450)이므로 예견한 개수는 아무리 적어도

$$17982 \div 36=499.5(\text{개})$$

까지이다. 이리하여 예견한 개수는 500개이상으로 된다. 그러면 상품 B에서는 500개이하이고 상품 C에서는 500개이상으로 되였으므로 예견한 개수는 500개로 된다.

해답 178

한개에 대하여 값을 20전 떨구면 사과 4개 사는데 80전, 배 7개 사는데 140전 눅어진다. 그런데 1개씩 더 불군 사과 5개와 배 8개가 같은 값이므로 사과 1개와 배 1개의 차는 60전(=140 − 80)으로 된다. 그러면 사과 5개와 배 5개사이에는 300전(=60 × 5)의 차가 생기는데 이것이 남은 배 3개의 값으로 된다. 이리하여 배 1개는 100전(=300÷3)으로 되고 사과 1개는 160(=100+60)전으로 된다. 그러면 복숭아 1개는

$$100 \times 8 \div 10 = 80(\text{전})$$

으로 되고 값을 떨군 다음의 배와 복숭아는 1개에 각각 80전, 60전으로 된다. 이리하여 배 3개와 복숭아 4개가 같은 값으로 된다.

다음으로 다시 값을 떨구어서 사과 5개와 배 9개가 같은 값으로 되였을 때를 생각한다. 이미 사과는 1개에 140전, 배는 1개에 80전으로 되여있으므로 사과 5개에는 700(=140 × 5)전, 배 9개에는 720(=80 × 9)전이다. 이 차인 20(=720 − 700)전은 다시 값을 떨구어서 생긴

것이므로 사과와 배에 대한 개수의 차로부터 생긴다. 이 차는 4개(=9 − 5)이므로 1개에 대하여 5(=20 ÷ 4)전 떨군것으로 된다. 이리하여 배 1개는 75(=80 − 5)전, 복숭아 1개는 55(=60 − 5)전으로 되였으므로

$$75:55=15:11$$

로부터 배 11개와 복숭아 15개의 값이 같아진다.

해 답 179

학생관람자가 가장 적어지는것은 어른 관람자의 $\frac{2}{3}$로 될 때로서 어른이

$$400 \div \left(1+\frac{2}{3}\right)=240(\text{명})$$

일 때이다. 이때 학생은

$$400 - 240=160(\text{명})$$

이고 어른과 학생의 입장료는 총

$$12 \times 240 + 8 \times 160 = 4160(\text{원})$$

으로 된다. 또한 학생이 가장 많아지는것은 어른이 230명일 때로서 학생은

$$400 - 230=170(\text{명})$$

이고 입장료는 총

$$12 \times 230 + 8 \times 170=4120(\text{원})$$

이다. 이로부터 소책자를 판 값은

$$4878 - 4160=718(\text{원})$$

$$4878 - 4120=758(\text{원})$$

사이로 된다. 그런데 소책자는 1부에 5원이므로 5원아래의 우수리는 생기지 않을것이다.

이제 학생을 어른으로 바꾸었을 때 입장료가 어느 정도 많아지는가를 생각하면 어른이 12원, 학생이 8원

이므로 1명에 대하여 4원이다. 여기서 718원에 4원을 차례로 더하여 758원까지의 사이에서 5원아래의 우수리가 생기지 않는 값을 살펴본다. 이것은 학생이 3명 많아졌을 때인 730원과 8명 많아졌을 때인 750원이다. 이리하여 어른 237명, 학생 163명, 소책자부수 146(=730 ÷ 5)부이든가 어른 232명, 학생 168명, 소책자부수 150(=750 ÷ 5)부의 어느 하나이다.

해 답 180

(1)과 (3)으로부터 D는 7, 8, 9의 어느 하나이다. 여기서 D를 7이라고 하면 C는 (2)로부터 1이다. 그러면 A+E는 (4)로부터 6으로 되여야 하는데 (6)으로부터 5 이하이다. 이것은 모순되므로 D는 7이 아니고 8이든가 9이다.

D가 8일 때 A는 (3)으로부터 1이든가 2이고 1이면 B는 9, 2이면 B는 10이다. 먼저 A를 1이라고 하면 C+E는 (4)로부터 7이고 또한 C는 (2)로부터 2이든가 4이다. C가 2일 때 E는 5로 되여 모두 결정된다. 또한 C가 4일 때 E는 3으로 되는데 이것은 (5)와 모순된다. 다음으로 A를 2라고 하면 C+E는 (4)로부터 6이다. 그러면 C이든가 E의 어느 하나가 A와 같이 2로 되고만다. 그러므로 D가 8일 때는 A가 1, B가 9, C가 2, E가 5일 때뿐이다.

D가 9일 때 (3)으로부터 A는 1이고 B는 10이다. 또한 C는 (2)로부터 3으로 된다. 그러면 나머지 E는 (4)로부터 5로 되므로 모두 결정된다. 이때 (5), (6)의 어느것에 대해서도 모순되지 않으므로 이것도 답으로 된다. 이리하여 D가 9일 때는 A가 1, B가 10, C가 3, E가 5로 된다.

해 답 181

직접 실마리를 잡을수 없으므로 례컨대 상품 B 하나의 본래값을 100원으로 하여본다. 그러면 상품 A의 값은 그보다 20% 높으므로 본래값은 120원이다. 이로부터 특별봉사로 상품 B의값은 하나에 대해서 40원 (=100 × 0.4) 눅어지고 상품 A의 값은 하나에 대해서 36원(=120 × 0.3) 눅어진다. 그러므로 상품 B만을 10개 산다면 값이 400원(=40 × 10) 눅어지는것으로 된다. 그리고 상품 A를 하나 살 때마다 떨군값이 4원(=40 − 36) 씩 적어진다. 이리하여 400원으로부터 차례로 396원, 392원, …와 같이 적어지고 마지막은 상품 A를 10개 샀을 때의 360원으로 된다.

그러나 실제로 떨어진 값 470원은 이보다 많으므로 상품의 본래값은 보다 높다. 이것이 어느 정도 높은가 하는 배률은 떨어진 값이 어느 정도 많은가에 대한 배률로도 된다. 그리하여 470원과의 비률 $\frac{470}{400}, \frac{470}{396}, \frac{470}{392}, \frac{470}{388}$, … $\frac{470}{360}$와 같이 만들면 간단한 분수로 되는것은

$$\frac{470}{376}=\frac{5}{4}$$

일 때뿐이다. 이로부터 상품 B 하나의 본래값은 125원 $(=100 \times \frac{4}{5})$으로 되고 상품 A 하나의 본래값은 150원 (=125 × 1.2)으로 된다. 또한 이밖의 분수를 100원에 곱하여도 원아래의 우수리가 생기므로 상품의 본래값으로 될수 없다. 이리하여 실제로는 상품 B를 4개, 상품 A를 6개 샀다.

해 답 182

리익이 총 매상고의 20％라면 그 값은 원가의

$$1 \div (1 - 0.2) = 1.25(\text{배})$$

로 될것이다. 그런데 제품 1개 만드는데 드는 비용을 1.25배하고 20％의 리익을 포함하여

$$130 \times 1.25 = 162.5(\text{원})$$

으로 하여본다. 그러면 파는 값과의 차인

$$350 - 162.5 = 187.5(\text{원})$$

은 개수에 관계없는 비용으로 된다. 이제 이 비용을 가령 준비비용이라고 부르자. 그러면 준비비용은 10000원인데 이 비용에도 20％ 리익을 예견하므로 그것의 1.25배인

$$10000 \times 1.25 = 12500(\text{원})$$

을 매상고에서 보충할 필요가 있다. 그런데 준비비용에 해당되는 금액은 제품 1개에 대해서 187.5원이였다. 이리하여 여기에서 12500원을 보충하려면

$$12500 \div 187.5 = 66\frac{2}{3}(\text{개})$$

는 팔아야 한다. 이리하여 만든것이 모두 팔린다고 하면 최저 67개를 만드는것으로 된다.

해 답 183

왼변의 분모인 70을 씨수의 적으로 나누면

$$70 = 2 \times 5 \times 7$$

로 된다. 여기서 오른변의 분수인 분모에 오는 후보로서

$$2,\ 5,\ 7$$

외에 이것들을 몇개 곱한

$$10,\ 14,\ 35,\ 70$$

을 생각한다. 그러면 분자가 1이고 분모가 이 수들가운데서 어느 한수로 되는 분수는 분모를 70으로 일치시키면

$$\frac{1}{2}=\frac{35}{70},\quad \frac{1}{5}=\frac{14}{70},\quad \frac{1}{7}=\frac{10}{70}$$

$$\frac{1}{10}=\frac{7}{70},\quad \frac{1}{14}=\frac{5}{70},\quad \frac{1}{35}=\frac{2}{70},\quad \frac{1}{70}$$

로 된다. 이 분자의

35, 14, 10, 7, 5, 2, 1

에서 세개를 고르고 그 합이 59로 되게 하면 첫번째 문제의 답으로 된다. 이것은

$$59=35+14+10$$

이므로

$$\frac{59}{70}=\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}$$

이다. 또한 네개의 합이 43으로 되게 하면

$$43=35+5+2+1$$

로 되므로 두번째 문제의 답은

$$\frac{43}{70}=\frac{1}{2}+\frac{1}{14}+\frac{1}{35}+\frac{1}{70}$$

이다.

해 답 184

택시가 한시간에 30㎞의 속도로 따라간다면 1시간에 뻐스를 따라잡는다. 이 사이에 택시가 달린 거리는 물론 30㎞이다. 또한 택시가 한시간에 35㎞의 속도로 따라가면 40분에 뻐스를 따라잡는다. 이 사이에 택시가 달린 거리는

$$35\times\frac{40}{60}=23\frac{1}{3}(\text{km})$$

이고 30㎞보다 짧아진다. 이 차인

$$30-23\frac{1}{3}=6\frac{2}{3}(\text{km})$$

는 뻐스가 20분동안 (=60 − 40)에 달린 거리이므로 뻐스의 속도는

$$6\frac{2}{3}\div\frac{20}{60}=20(\text{km/h})$$

로 된다. 이리하여 택시가 한시간에 30㎞의 속도로 달린다면 택시와 뻐스사이거리는 1시간에 10㎞(=30 − 20)씩 줄어들므로 뻐스와 택시의 처음의 거리는 10㎞이다.

그런데 택시가 한시간에 40㎞의 속도로 따라간다면 택시와 뻐스와의 거리는 1시간에 20㎞씩 줄어든다. 그러므로 10㎞의 거리를 따라가는데는

$$(10\div 20)\times 60=30(\text{분})$$

걸린다.

해 답 185

$\frac{3}{5},\frac{4}{7}$로 약분하기전의 두개의 분수를 생각하면 한쪽 분모는 어떤 수에서 7을 던 수 또한 한쪽 분모는 어떤 수에 6을 더한 수이지만 분자는 어느것이나 그대로이다. 여기서 약분한 후의 분수 $\frac{3}{5},\frac{4}{7}$의 분자와 분모를 각각 몇배씩하고 어느 분자도 같은 수로 일치시킨다. 그러면 3과 4의 최소공통곱절수는 12이므로

$$\frac{3}{5}=\frac{12}{20},\ \frac{4}{7}=\frac{12}{21}$$

로 된다.

그런데 약분하기전의 두 분수의 분모는 한쪽이 어떤 수에서 7을 던 수, 다른 한쪽은 어떤 수에 6을 더한 수이므로 그 차는

$$7+6=13$$

이다. 이미 구한 $\frac{12}{20}$와 $\frac{12}{21}$의 분모를 보면 그 차는

$$21-20=1$$

이므로 분자와 분모를 13배 하지 않으면 분모의 차가 13으로 되지 않는다. 이리하여 $\frac{3}{5}, \frac{4}{7}$로 약분하기전의 분수는

$$\frac{12}{20}=\frac{12\times13}{20\times13}=\frac{156}{260}$$

$$\frac{12}{21}=\frac{21\times13}{21\times13}=\frac{156}{273}$$

으로 된다. 그러면 260에 7을 더한 수와 273에서 6을 던 수는 같아지고

$$260+7=273-6=267$$

이다. 이로부터 처음의 분수는 $\frac{156}{267}$으로 된다.

해답 186

두 수의 합을 작은 순서로 골라내면 먼저

$$A+B=17$$

이고 다음은

$$A+C=22$$

이다. 그러나 그다음이 A+D가 오는가, D+C가 오는가는 알수 없다. 여기서 우의 17과 22를 더해보면

$$(A+B)+(A+C)=17+22=39$$

로 되는데 이 안에는 A가 두개, B와 C가 하나씩 들어있다. 그러므로 B+C는 홀수로 되고 28로는 되지 않으므로

$$B+C=25$$

로 결정된다.

다음으로 두 수의 합을 큰 순서로 골라내면 먼저

D+E의 39이고 그다음은 C+E의 36이다. 이로부터 A, B, C, D, E의 합의 2배는

$$17+22+25+39\times 2=142$$

로 되고 다섯수의 합은

$$A+B+C+D+E=71$$

이고 다섯수의 평균은

$$71\div 5=14.2$$

로 된다.

또한

$$(A+B)+(D+E)=17+39=56$$

이므로 71에서 56을 덜 15가 C로 되고 다른 옹근수도 차례로 결정된다.이리하여 최종적으로 A가 7, B가 10, C가 15, D가 18, E가 21로 된다.

해 답 187

A관 1대와 B관 3대가 A관 3대와 B관 1대의 능력의 절반이므로 A관 2대, B관 6대와 A관 3대, B관 1대가 같다. 이로부터 A관 1대와 B관 5대가 같고 B관 1대로 물통을 가득 채우는데는 30시간 걸린다. 이리하여 A관은 1시간에 물통의 $\frac{1}{6}$, B관은 $\frac{1}{30}$의 물을 넣는다.

그런데 A관 1대와 B관 1대로 물통을 가득 채우는데는

$$1\div(\frac{1}{6}+\frac{1}{30})=5(\text{시간})$$

걸린다. 또한 물이 절반밖에 나오지 않는 A관과 B관 2대를 처음부터 쓰면 A관은 1시간에 $\frac{1}{12}$, B관 2대는 1시간에 $\frac{1}{15}$의 물을 채우므로 물통을 가득 채우는데는

$$1 \div \left(\frac{1}{12}+\frac{1}{15}\right)=6\frac{2}{3}(\text{시간})$$

걸린다. 그러나 처음은 정상인 A관 1대와 B관 1대를 썼으므로 예견한것보다 늦어져 $1\frac{1}{12}$시간(1시간 5분) 걸렸다. 물이 절반 나오는 A관을 처음부터 쓰면 예견한 것보다 $1\frac{2}{3}$시간 늦어지므로 이것은

$$1\frac{2}{3}-1\frac{1}{12}=\frac{7}{12}(\text{시간})$$

절약으로 된다. 이리하여 정상인 A관을 쓴 비률은

$$\frac{7}{12}\div 1\frac{2}{3}=\frac{7}{20}$$

이다. 그런데 정상이면 5시간에 다 채우므로 B관을 1대 보충한것은 물을 넣기 시작해서부터

$$5\times\frac{7}{20}=1\frac{3}{4}(\text{시간})=1\text{시간 }45\text{분}$$

후로 된다.

해답 188

먼저 평평한 길은 없었다고 생각하자. 그러면 갈 때의 올리막길은 올 때의 내리막길, 갈 때의 내리막길은 올 때의 올리막길로 되므로 오고가는데 올리막길, 내리막길이 45㎞씩으로 된다. 여기에 걸리는 시간은

$$(45\div 3)+(45\div 6)=22.5(\text{시간})$$

인데 실지는 21시간(=10+11)이다. 이 차인 1.5시간(=22.5－21)은 도중에 평평한 길이 있기때문이다. 이제 평평한 길이 6㎞ 있다고 하면 오고가는 평평한 길은 12㎞이고 2.4시간(=12÷5)이 걸리는것으로 된다. 그런데 올리막길이든가 내리막길의 어느 한 길에서는 오고가는데

$$(6 \div 3)+(6 \div 6)=3(\text{시간})$$

걸린다. 이 차는 0.6시간(=3 − 2.4)이므로 평평한 길은

$$6 \times \frac{1.5}{0.6}=15(\text{km})$$

있는것으로 된다.

다음으로 평평한 길인 15㎞를 빼놓고 동쪽에서 서쪽에로 30㎞(=45 − 15) 가는데

$$10-(15 \div 5)=7(\text{시간})$$

걸렸다고 생각하자. 이것이 모두 내리막길이라면 5시간(=30 ÷ 6)이므로 2시간만큼 많아진다. 이제 올리막길이 6㎞ 있다고 하면 더 걸리는 시간은

$$(6 \div 3)-(6 \div 6)=1(\text{시간})$$

이다. 이것이 실지는 2시간이므로 올리막길은 12㎞(=6 × 2)로 된다. 이리하여 동쪽에서 서쪽에로 가는데는 올리막길이 12㎞, 내리막길이 18㎞, 평평한 길이 15㎞ 있다.

해 답 189

세사람이 간 같은 거리는 그들이 각각 가야 할 거리의 $\frac{2}{9}, \frac{3}{7}, \frac{7}{12}$에 해당된다. 여기서 세 분수의 분자를 곱하여

$$2 \times 3 \times 7 = 42$$

를 만든다. 그러면 세사람이 간 같은 거리가 이것의 곱절수일 때 아래의 계산에서는 우수리가 붙지 않는다. 례컨대 10배인 420m를 갔다고 생각하자. 그러면 세사람이 가야 할 거리는 첫째가

$$420 \div \frac{2}{9}=1890(\text{m})$$

이고 둘째와 셋째는 각각

$$420 \div \frac{3}{7}=980(\text{m})$$

$$420 \div \frac{7}{12} = 720(\mathrm{m})$$

로 된다. 그러면 세사람의 총 거리는

$$1890+980+720=3590(\mathrm{m})$$

이고 17950m가 못된다. 이것은 처음에 생각한 거리가 적었기때문이다.따라서

$$17950 \div 3590=5$$

로부터 어느것이나 5배해야 한다. 이리하여 세사람이 가야 할 거리는각각

$$1890 \times 5 = 9450(\mathrm{m})$$

$$980 \times 5 = 4900(\mathrm{m})$$

$$720 \times 5 = 3600(\mathrm{m})$$

이고 매 사람이 간 같은 거리는

$$420 \times 5 = 2100(\mathrm{m})$$

으로 된다.

해 답 190

못에 가득찬 물량을 1로 하면 뽐프 8대로는 1분동안에 $\frac{1}{30}$의 물을 퍼낸다. 이것의 2배인 16대로 되면 1분동안에 $\frac{1}{14}$로 된다. 그러면 절반인 8대로는 $\frac{1}{28}$로 되여야 하는데 실지는 $\frac{1}{30}$이다. 이것은 못이 밑으로부터 물이 솟아나기때문이고 이것을 퍼내는데 16대로는 절반으로 줄어든다. 이리하여 $\frac{1}{28}$과 $\frac{1}{30}$의 차는 못의 밑에서 1분동안에 솟아나오는 물량의 절반으로 되고 못의 밑에서 1분동안에

$$(\frac{1}{28}-\frac{1}{30})\times 2=\frac{1}{210}$$

의 비률로 물이 솟아난다. 그러면 30분동안에

$$\frac{1}{210}\times 30=\frac{1}{7}$$

만한 물량이 솟아나는것으로 되고 뽐프 8대가 퍼내는 물량은 못에 가득차있는 물과 합하여 $1\frac{1}{7}$이다. 이것을 30분동안에 퍼내므로 뽐프 1대로는 1분동안에

$$1\frac{1}{7}\div 8\div 30=\frac{1}{210}$$

의 비률로 물을 퍼낸다. 이것은 못의 밑에서 1분동안에 솟아나는 물량과 꼭 같으므로 뽐프 1대는 그것을 퍼내는데 전문적으로 담당하면 되는것으로 된다. 그러면 나머지 뽐프가 10분동안에 못의 물을 퍼내는데는

$$1\div\left(\frac{1}{210}\times 10\right)=21(\text{대})$$

의 뽐프가 필요하고 총 22대의 뽐프가 있어야 한다.

해답 191

A지점에서 C지점까지는 70m(=40+30)이므로 아들은 그사이를 28초(=70 ÷ 2.5)로 달린다. 그러면 4초후에 떠난 아버지도 아들과 동시에 C지점에 도착하므로 걸린 시간은 24초이고 1초동안의 속도는

$$70\div 24=2\frac{11}{12}(\text{m/s})$$

이다. 이제 아들이 B지점에 도착하였을 때를 생각하면 그사이에 걸린 시간은 16초(=40 ÷ 2.5)이다. 그러면 아버지가 달린 거리는

$$2\frac{11}{12}\times(16-4)=35(\text{m})$$

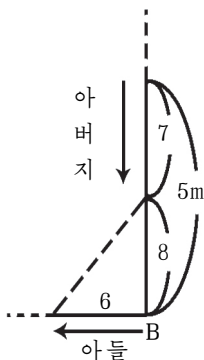
로 되고 B지점에서 5m(=40 − 35)앞이다. 두 사람의 그

림자가 겹치는것은 여기로부터 B지점까지사이의 어느 한 곳이다. 그런데 아버지와 아들의 속도비는

$$2\frac{11}{12}:2.5=7:6$$

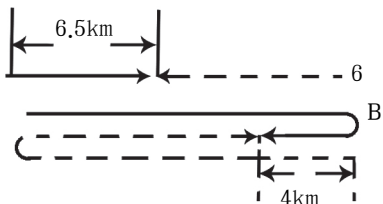
이다. 또한 그림자의 방향은 AB우와 BC우의 길이의 비로

$$40:30=4:3$$

이다. 그러면 오른쪽 그림에서와 같이 아버지가 B지점으로 향하여 달린 거리가 7, 아들이 B지점에서 달린 거리가 6이고 아버지가 B지점까지 남은 거리가 8의 비률이라면 아버지와 아들의 그림자가 겹치게 된다. 이것은 아버지가 B지점에서부터

$$5\times\frac{8}{7+8}=2\frac{2}{3}(\mathrm{m})$$

앞에 있는 곳이다.

해답 192

처음에 뻐스가 어기였을 때 거기까지 두대의 뻐스가 달린 거리의 합은 AB사이의 거리와 꼭 같다. 두번째로 뻐스가 어기였을 때 거기까지 두대의 뻐스가 달린 거리의 합은 AB사이의 거리의 3배이다. 이것이 2배로 되지 않는것은 왼쪽 그림을 보면 알수 있다. 그러므로 떠나서부터 두번째로 어길 때까지의 시간은 처음에 어길 때까지의 시간의 3배이다.

1번차는 처음에 어길 때까지 6.5㎞ 달리였으므로 두번째로 어길 때까지는

$$6.5 \times 3=19.5(㎞)$$

달린것으로 된다. 그러면 두번째로 어긴것은 도시 B에서 4㎞ 되는 곳이므로 AB사이의 거리는

$$19.5 - 4=15.5(㎞)$$

로 된다. 이로부터 처음에 어길 때까지 2번차는

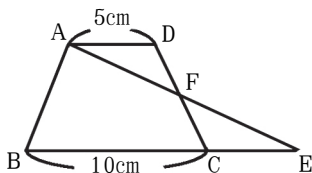
$$15.5 - 6.5=9(㎞)$$

달린것으로 된다. 이리하여 같은 시간에 1번차는 6.5㎞, 2번차는 9㎞를 달렸으므로 1번차와 2번차의 속도비는

$$6.5:9=13:18$$

로 된다.

해 답 193

사다리형 ABCD와 3각형 ABE의 면적이 같으므로 공통부분을 내놓으면 3각형 AFD와 3각형 EFC의 면적도 같아진다. 그런데 AD와 CE는 평행이므로 두 3각형의 대응하는 세 각은 같아지고 같은 모양의 3각형으로 된다.

이리하여 CE는 5㎝로 되고 또한 DF와 FC도 같아진다.

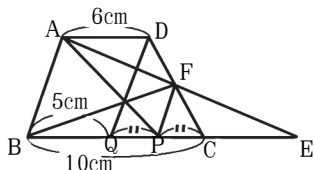
이제 3각형 AFD의 밑변을 AD로 취하면 면적이 7.5㎝²라는데로부터 높이는

$$7.5 \div 5 \times 2=3(㎝)$$

이다. 그러면 밑변을 BE로 취한 3각형 ABE의 높이는 그것의 2배이므로 3각형 ABF의 면적은

$$(10+5) \times 6 \div 2=45(㎝^2)$$

로 된다.

다음으로 3각형 AFB와 면적이 같아지므로 3각형 APB를 취하면 밑변 AB가 공통이므로 높이가 같아지고 AB와 FP는 평행이다. 그리하여 점 D에서도 평행으로 DQ를 그으면 점 F가 DC의 가운데점이므로

$$QP=PC$$

$$QC=BC-BQ=10-5=5(㎝)$$

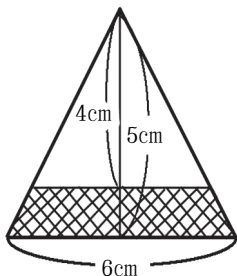
로 된다. 이로부터

$$BP=BQ+QP=5+2.5=7.5(㎝)$$

이다.

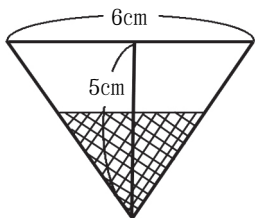
해 답 194

먼저 물의 체적을 구한다. 3각기둥을 정면으로부터 보면 물이 들어있는 부분은 사다리형이다.이때 꼭두점까지의 높이가 5㎝이므로 4㎝인 높이에 있는 웃변의 길이는 4.8㎝(=6 ÷ 5 × 4)이다. 그러므로 사다리형의 면적은 5.4cm²[=(4.8+6) × 1 ÷ 2]로 되고 여기서 2㎝의 너비를 곱하면 물의 체적은 10.8cm³(=5.4 × 2)로 된다.

이 그릇을 거꾸로 놓으면 물은 그림과 같이 된다. 그러나 높이가 어디까지인지 알수 없으므로 먼저 우에까지 가득 차있을 때의 물의 체적을 구해둔다. 이것은 밑변이 6㎝, 높이가 5㎝, 너비가 2㎝인 3각기둥의 체적이므로 30cm³(6 × 5 ÷ 2 × 2)이다. 그러면 10.8cm³와의 비는

$$\frac{10.8}{30}=\frac{108}{300}=\frac{9}{25}$$

이다. 이 비는 어느것도 너비가 2㎝이므로 정면으로부터 본 3각형의 면적의 비로 된다. 그런데 정면은 어느것이나 바른3각형이므로 면적의 비는 한변의 길이의 두제곱의 비로 된다. 그리하여 우의 비률

$$\frac{9}{25}=\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}$$

으로 고쳐쓰면 한변의 길이의 비는 $\frac{3}{5}$이라는것을 알수 있다. 그러므로 물의 높이는 3㎝$(=5\times\frac{3}{5})$이다.

해 답 195

3각형 ADC와 3각형 EBC를 왼쪽 그림과 같이 꺼낸다. 그리고 점 D를 지나서 변 BE에 평행인 직선을 긋고 변 AC와의 사귐점을 G로 한다. 그러면 3각형 EBC에서 BD:DC=2:1이므로 EG:GC=2:1로 된다. 그런데

AE:EC=2:3

이므로 그림에서와 같이 점 E는 AG의 가운데점이다.

여기서 3각형 ADG를 보면 FE와 DG는 평행이므로

AF:FD=AE:EG=1:1

로 된다.

다음으로 점 D를 지나서 CH에 평행인 직선을 긋고 변 AB와의 사귐점을 I로 한다. 그러면 3각형 HBC에서 점 D가 변 BC를 2:1로 나누고

있기때문에

$$BI:IH=BD:DC=2:1$$

이다. 또한 3각형 AID를 보면 점 F가 AD를 1:1로 나누고있으므로

$$IH:HA=DF:FA=1:1$$

이다. 이리하여 AH의 길이는 AB의 길이의 $\frac{1}{4}$로 된다. 여기서 3각형 AHC와 3각형 ABC를 비교하면 밑변을 각각 AH, AB로 취할 때 높이는 같아지므로 3각형 AHC의 면적은 3각형 ABC의 면적의 $\frac{1}{4}$로 된다.

해 답 196

문자판우의 짧은 바늘의 위치를 X축으로, 긴바늘의 위치를 Y축으로 하면 두 바늘의 위치는 오른쪽 그림과 같이 표시된다. 경사가 급한 12개의 실선은 1시간사이에서 두 바늘의 움직임을 보여주고있다. 례컨대 제일 왼쪽의 실선은 0시에서 1시까지의 짧은 바늘(X축)과 긴바늘(Y축)의 위치를 표시하고있다.

다음으로 짧은 바늘과 긴 바늘을 엇바꾸면 왼쪽 그림과 같이 경사가 완만한 12개 점선이 생긴다. 이 그림에서는 경사가 급한 12개의 실선도 있지만 이것은 곧 후에 쓰기때문이다.

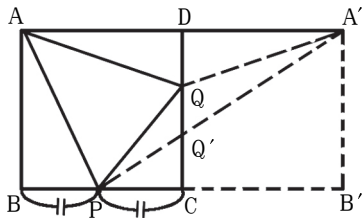
그런데 짧은 바늘과 긴 바늘을 엇바꾸어도 모순되

지 않는것은 정확한 시각을 나타내는 실선우에 있으면서 엇바꾸어도 정확한 시간을 나타내는 점선우에 있을 때이다. 이것은 실선과 점선의 사귐점뿐이고 점《·》으로 표시한 143개 점이다. 이 143개의 사귐점은 X자리표로부터 보면 같은 간격으로 배렬되여 있다. 이리하여 12시간안에 같은 간격으로 143번 일어나고 0시를 처음으로 하고 다음은 $\frac{12}{143}$시간마다에 짧은 바늘과 긴 바늘이 엇바꾸어지는 시각이 다가온다.

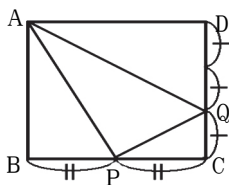
해답 197

바른4각형 ABCD를 변 DC를 따라 뒤집고 바른4각형 DCB'A'를 오른쪽 그림과 같이 만든다. 그러면 QA=QA'로 되므로

$$PQ+QA=PQ+QA'$$

이다. 이로부터 PA'와 DC의 사귐점을 Q'라고 하면 둘레의 길이가 가장 짧은 3각형은 3각형 APQ'로 된다. 이때 3각형 PA'B'와 3각형 PQ'C는 닮음형이므로

$$Q'C:A'B'=PC:PB'=1:3$$

이다.

이제 Q'를 Q로 고쳐쓰고 둘레의 길이가 가장 짧은 3

각형 APQ를 다시 바른4각형 ABCD 안에 그리면 왼쪽 그림과 같이 배치된다. 바른4각형의 한변의 길이는 30㎝이므로 3각형 ABP의 면적은

$$30 \times 15 \div 2 = 225(\text{cm}^2)$$

이고 3각형 PCQ의 면적은

$$15 \times 10 \div 2 = 75(\text{cm}^2)$$

이고 3각형 AQD의 면적은

$$30 \times 20 \div 2 = 300(\text{cm}^2)$$

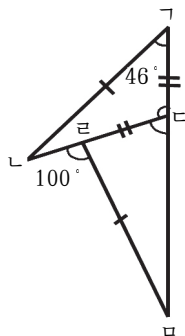
이다. 3각형 APQ의 면적은 이 세개의 3각형의 면적을 바른4각형 ABCD의 면적에서 던것이므로

$$30 \times 30 - (225+75+300) = 300(\text{cm}^2)$$

으로 된다.

해답 198

3각형 ㄱㄴㄷ와 3각형 ㄹㅁㄷ를 비교하면 변 ㄱㄴ와 변 ㄹㅁ의 길이는 같고 변 ㄱㄷ와 변 ㄹㄷ의 길이도 같다. 또한 각 ㄱㄷㄴ와 각 ㄹㄷㅁ를 더한것은 180°이다. 여기에 주의하여 변 ㄹㄷ의 길이와 같아지도록 점 ㄹ에서 점 ㅂ의 방향으로 직선을 긋는다. 그러면 3각형 ㄹㄷㅂ는 2등변3각형이므로 각 ㄹㄷㅂ와 각 ㄹㅂㄷ는 같아진다. 이로부터 3각형 ㄱㄴㄷ와 3각형 ㄹㅁㅂ는 같은 모양의 3각형으로 되고 각 ㅁㄹㅂ도 46°라는것을 알수 있다. 그러면 각 ㄴㄹㅁ는 100°이므로

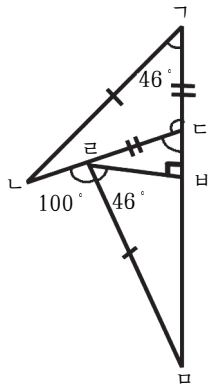
각 ㄷㄹㅂ $=180° - (100°+46°) = 34°$

이다. 또한 2등변3각형의 밑각은

$$\text{각 ㄹㄷㅂ}=\frac{180^\circ-34^\circ}{2}=73^\circ$$

이다. 여기서 3각형 ㄹㅁㄷ를 다시 보면 각 ㄹㄷㅁ는 73°이고 각 ㅁㄹㄷ는 80° $(=46^\circ+34^\circ)$로 되여있다. 이리하여 각 ㄹㅁㄷ는

$$\text{각 ㄹㅁㄷ}=180^\circ-(73^\circ+80^\circ)=27^\circ$$

로 된다.

이 문제에서는 변 ㄹㅂ를 발견할 수 있는가 없는가 하는데 문제의 요점이 있다.

해답 199

3각형 AOB의 둘레의 길이는 180m이므로 P가 한바퀴 도는 시간은 36초(=180 ÷ 5)이다. 이가운데서 AO사이를 달리는것은 처음의 50m이고 시간으로 고치면 10초(=50 ÷ 5)이다. 이로부터 첫 2분동안에 P가 AO사이를 달리는것은

0 ~ 10, 36 ~ 46, 72 ~ 82, 108 ~ 118(초)

의 네번이다.

한편 3각형 ADO의 둘레의 길이는 160m이므로 Q가 한바퀴 도는 시간은 40초(=160 ÷ 4)이다. 이가운데서 OA사이를 달리는것은 마지막 12.5초(=50 ÷ 4)이다. 이로부터 첫 2분동안에 Q가 OA사이를 달리는것은

27.5 ~ 40, 67.5 ~ 80, 107.5 ~ 120(초)

의 세번이다. 이리하여 첫 2분동안에 두사람이 AO사이를 동시에 달리는것은

(40 − 36)+(80 − 72)+(118 − 108)=22(초)

로 된다.

다음으로 P가 3각형 AOB를 처음의 36초로 한바퀴 돌 때 Q는 출발점으로부터 144m(=36×4)인 지점을 달리고있었다. 그러면 A점에 되돌아올 때까지의 남은 길이는 16m(=160－144)로 되고 이사이를 P와 Q는 1초동안에 9m(=5+4)의 비률로 접근한다. 여기에 필요한 시간은

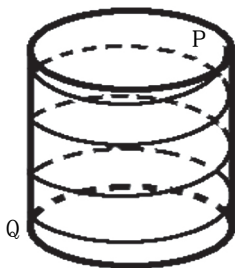
$$16 \div 9 = 1\frac{7}{9}(\text{초})$$

이므로 두 사람이 처음에 만나는것은 떠나서부터 $37\frac{7}{9}$ 초후이다.

해답 200

A가 떠나서부터 땅에 닿을 때까지를 생각하면 통로의 길이가 420m, A가 내려가는 속도는 1분동안에 72m이므로 땅에 닿을 때까지는

$$420 \div 72 = 5\frac{5}{6}(\text{분}) = 5\text{분 } 50\text{초}$$

걸린다. 그러므로 A가 떠나서부터 5분 50초까지의 사이를 생각하면 되는것으로 된다.

먼저 B가 떠날 때까지의 1분동안을 생각하면 A는 P점으로부터 72m 내려간다. 그런데 이 통로를 라선모양으로 한바퀴 도는 길이는

$$420 \div 3\frac{1}{2} = 120(\text{m})$$

이므로 반바퀴 돌아서 B의 바로 우에 오기까지는

$$120 \div 2 = 60(\text{m})$$

이다. A는 B가 떠날 때까지 72m 내려가므로 이것은 B

가 떠나기전이다.그러면

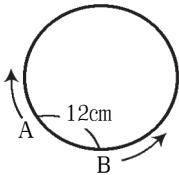
$$60 \div 72 = \frac{5}{6}$$

이므로 A가 떠나서부터 50초후에 아직 떠나지 않은 B의 바로 우에 A가 온다.

다음으로 B가 떠난 후를 생각한다. B가 떠났을 때의 상태를 바로 우로부터 보면 A는 이미

$$72 - 60 = 12(\text{m})$$

전진하고있으므로 왼쪽 그림과 같이 된다. 그러므로 A와 B가 서로 바로 우, 바로 아래에 오기까지 아직

$$120 - 12 = 108(\text{m})$$

남아있다. 그런데 A는 1분동안에 72m의 속도, B는 1분동안에 36m의 속도이므로 두사람을 합치면 1분동안에

$$72 + 36 = 108(\text{m})$$

의 비률로 서로 다가온다. 그러므로 B가 떠나서부터 꼭 1분후에 A와 B가 바로 우, 바로 아래인 관계로 된다. 이것은 A가 떠나서부터 2분후이다.

다음으로 A와 B가 바로 우, 바로 아래인 관계에 있을 때부터 그다음에 A와 B가 바로 우, 바로 아래인 관계로 되였을 때까지를 생각한다. 그러면 그사이에 통로를 라선모양으로 꼭 한바퀴 돌므로 이 사이의 통로의 길이는 120m이다. A와 B는 이 사이를 1분동안에 108m의 속도로 서로 다가오므로 걸리는 시간은

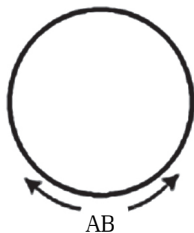
$$120 \div 108 = 1\frac{1}{9}(\text{분})$$

이다. 이리하여 A가 떠나서부터 2분후에는 라선모양의 통로를 바로 우에서부터 보았을 때 A와 B가 $1\frac{1}{9}$분마다

에 같은 위치에 오는것으로 된다.

이 시간을 구체적으로 쓰면

$$3\frac{1}{9}분, 4\frac{2}{9}분, 5\frac{3}{9}분, 6\frac{4}{9}분, \cdots$$

으로 된다. 그런데 A는 5분 50초에 땅우에 내려가므로 $6\frac{4}{9}$분이후는 의미가 없어진다.

이것으로 답이 나온것 같지만 문제가 또하나 있다. 이것은 우에서 지적한 시간안에 A와 B가 바로 우, 바로 아래인 관계가 아니라 같은 장소에서 만나는 시간도 들어있기때문이다. 이것을 구하려면 B가 떠난후를 생각하여야 한다. B가 떠나기까지 A는 이미 통로를 72m 내려가있다. 그러므로 나머지 통로의 길이는

$$420 - 72 = 348(m)$$

이다. A와 B는 이 사이를 1분동안에 108m의 속도로 서로 다가오므로 두 사람이 만날 때까지 걸리는 시간은

$$348 \div 108 = 3\frac{2}{9}(분)$$

이다. 이 시간에 A가 떠나서부터 B가 떠날 때까지의 1분동안을 더하면 A가 떠나서부터 B와 만날 때까지는 $4\frac{2}{9}$분 걸린다. 이리하여 A와 B가 통로의 바로 우, 바로 아래인 관계로 되는것은 A가 떠나서부터

$$50초후,\ 2분후,\ 3\frac{1}{9}분후,\ 5\frac{1}{3}분후$$

의 네번으로 된다.

이 책은 일문 中村義作저《解ければ天才算数100の難問．奇問Part 1, 2》(1991년판)을 번역한 것이다.

이 책에는 수와 도형에 관한 문제, 그 응용문제들을 풀이법과 함께 주었다. 이 책은 수학에 취미를 가지고있는 소학교, 중학교 학생들과 교원들을 위한 참고서로 번역출판한다.

풀면수재 —수학 200문제—

번역 라용희 심사 신수웅, 최수경

편집 박광화, 지승하

장정 리승일 교정 안명희

낸 곳 외국문도서출판사

인쇄소 민주조선사인쇄공장

제1판발행 주체83(1994)년 9월 25일

인쇄 주체94(2005)년 9월 1일 제2판발행 주체94(2005)년 9월 20일

교—05—1234 5,000부 값 500원